Univerzita Karlova v Praze

Základní fyzikální praktikum

Fyzikální praktikum I.
pro obor obecná fyzika

XI. Dynamická skúška deformácie látok v tlaku

Autor:
Samuel Kočiščák

25. mája 2016

1 Pracovné úlohy

1. Zmerajte tuhosť aparatúry K.
2. Urobte dynamickú skúšku deformácie v tlaku priloženej vzorky.
3. Výsledok dynamickej skúšky v tlaku graficky znázornite a určte medzné napätie $\sigma_{0,2}$ a σ_U.

2 Teoretická časť

2.1 Deformácia v tlaku

Materiály vystavené tlaku menia[St] svoje rozmery. Ak na valcovú vzorku pôvodnej dĺžky l_0 a pôvodného prierezu S_0 kolmo na podstavu zapôsobí sila F zmení sa jej dĺžka na l, teda o

$$\Delta l = |l - l_0| \tag{1}$$

Zaveďme aj bezrozmernú veličinu ϵ_0 nazývanú *relatívna deformácia* vzťahom

$$\epsilon_0 = \frac{|l - l_0|}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0} \tag{2}$$

Pre popis procesu deformácie definujeme *zmluvné napätie* σ v priečnom smere vzorky vzťahom

$$\sigma = \frac{F}{S_0} \tag{3}$$

Do istej malej relatívnej deformácie ϵ_U prislúchajúcej tzv. *medzi úmernosti* σ_U sa látka riadi *Hookovym zákonom*, napätie σ je[Wy] priamo úmerné realtívnemu predĺženiu ϵ_0 podľa vzťahu:

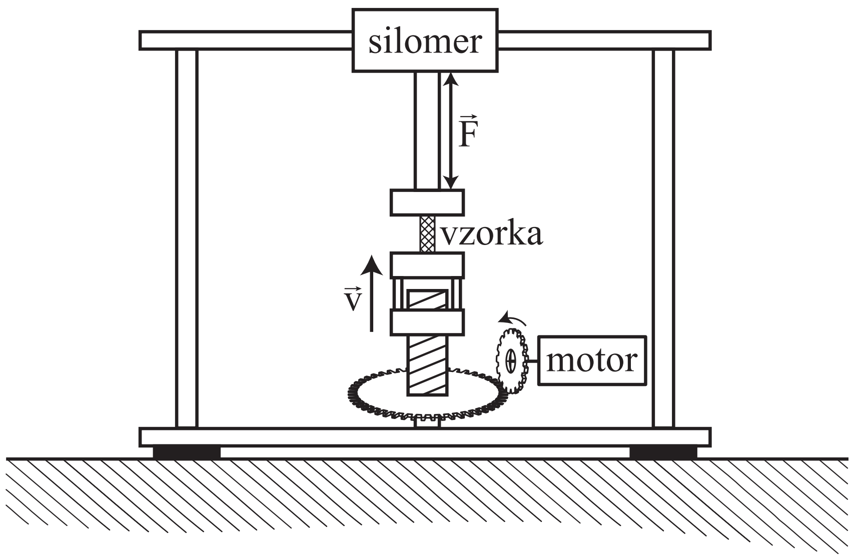
$$\sigma = \epsilon_0 E, \tag{4}$$

kde konštantu E nazývame *Youngouvým modulom pružnosti.*

Po prekročení medze úmernosti σ_U látka začne pôsobením sily F meniť svoje rozmery viac, ako by sme podľa Hookovho zákona očakávali, no až po relatívne predĺženie ϵ_E, ktorému zodpovedá zmluvné napätie σ_E, nazývané *medzou pružnosti* (elasticity) je deformácia vratná - ak prestane sila F pôsobiť, vzorka sa vráti do pôvodného tvaru a stavu. Medz elasticity býva obtiažne určiť, keďže správanie látky sa pri postupnej deformácii pri prekročení tejto medze σ_E nijak ostro kvalitatívne nezmení. V praxi stotožňujeme medz σ_E s *medzou 0,2*: $\sigma_E \equiv \sigma_{0,2}$ definovanou ako taká hodnota zmluvného napätia σ, pri ktorej sa realtívne predĺženie ϵ_0 odchýli od hodnoty predpovedanej Hookovym zákonom o hodnotu 0,2 %, čo väčšinou dobre vystihuje povahu látok - polohu neostrej oblasti, v ktorej prechádza elastická deformácia na plastickú.

2.2 Dynamická skúška

Pri dynamickej skúške deformácie látok v tlaku postupne tlakovou silou F meníme charakteristický rozmer vzroky l a skúmame závislosť $\sigma = f(\epsilon_0)$. Na tento účel možno použiť napríklad aparatúru znázornenú na obrázku 1, čo sme pri našom meraní aj urobili.



Obr. 1: Aparatúra použitá pri meraní

Aparatúra pozostáva z lisu, v ktorom je uložená vzorka, ktorý je stláčaný konštantnou rýchlosťou v, čo zabezpečuje cez vhodné (veľmi silné) prevody pripojený motor, ktorý otáča horizontálnym ozubeným kolesom (ako ukazuje obrázok 1 konštantnou frekvenciou f). Prevody sú nastavené tak, že každej otáčke tohto ozubeného kolesa zodpovedá stlačenie lisu (resp. testovanej vzorky v ňom) o dĺžku D, pre rýchlosť pohybu v_d potom platí vzťah

$$v_d = Df, \tag{5}$$

z čoho vieme v kombinácii so vzťahom

$$\Delta l = v_d \, \Delta t \tag{6}$$

a vzťahmi 2 a 3 za znalosti závislosti $F = f(t)$ určiť pre nás interesantnú závisloť $\sigma = f(\epsilon_0)$.

Nami použitá aparatúra nemeria priamo pôsobiacu silu, ale vhodným zapojením meria odpor *tenzometrického pásika*, ktorý lineárne závisí na pôsobiacej sile. Výstupom merania je napätie U, pre ktoré platí vzťah

$$F = U\alpha, \tag{7}$$

kde α je známa konštanta prístroja.

2.3 Tuhosť aparatúry

Vzhľadom na veľkú silu F pôsobiacu na vzorku nemožno zanedbať deformáciu aparatúry. Určiť, ako veľmi sa aparatúra pri pôsobiacej sile F deformuje možno napríklad meraním deformácie telesa oveľa tuhšieho ako aparatúra, keď je prakticky celá nameraná deformácia skrytá v deformácii aparatúry. Fitovaním (v našom prípadne približne lineárnej) závislosti $F = f(\Delta l_A)$, kde Δl_A je zdanlivé skrátenie vozrky možno určiť tuhosť aparatúry K ako:

$$F = K\,\Delta l_A \tag{8}$$

Dáta skutočnej skúmanej vzorky formátu $F = f(\Delta l)$ možno regulovať na tuhosť aparatúry, keďže platí (pri istej sile F):

$$\Delta l = \Delta l_v + \Delta l_A \tag{9}$$

Ak teda poznáme tuhosť aparatúry K, možno pri pôsobiacej sile F určiť deformáciu vzorky Δl_v ako:

$$\Delta l_v = \Delta l - \frac{F}{K} \tag{10}$$

Výsledný prepočet zo závislosti $U = f(t)$ na závislosť $\sigma = f(\epsilon)$ možno teda realizovať (za použitia vzťahov 1 až 10) podľa vzťahov:

$$\sigma = \frac{U\alpha}{S_0} \tag{11}$$

a

$$\epsilon_0 = \frac{Dft}{l_0}, \tag{12}$$

s ktorými však treba pracovať opatrne, pretože platia len v diferenciálnom tvare, preto budeme pri spracovaní postupovať po krokoch.

3 Výsledky merania

Teplota v laboratóriu pri meraní bola $(25{,}6 \pm 0{,}4)$°C a aj keď nebola úplne konštantná, nestihla sa príliš meniť, keďže samotné meranie netrvalo viac než 40 minút. Možno ju považovať za teplotu, pri ktorej sme parametre skúmanej vzorky určili.

Pracovali sme so vzorkou vlacového tvaru, ktorej priemer podstavy bol $d = (7{,}30 \pm 0{,}05)\,\mathrm{mm}$ po celej dĺžke, teda prierez nedeformovanej vzorky bol $S_0 = (41{,}9 \pm 1{,}1)\,\mathrm{mm}^2$ a výška bola $h = (10{,}24 \pm 0{,}01)\,\mathrm{mm}$. Objem vzorky bol teda $(0{,}429 \pm 0{,}006)\,\mathrm{cm}^3$, čo spolu s hmotnosťou vzorky $m = (3{,}7102 \pm 0{,}0001)\,\mathrm{g}$ udáva hustotu vzorky $\rho = (8{,}65 \pm 0{,}12)\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$.

Údaje formátu $U = f(t)$ sme získali pomocou programu *Zapisovač* priebežne odčítavajúceho údaje zo silomeru. Použitý voltmeter *NI USB-4065* má[Vm] pri rozsahu $100\,\mathrm{mV}$ neistotu iba $100\,\mathrm{nV}$, čo je oveľa presnejšie, než s akou presnosťou sme tieto hodnoty používali, teda nemusíme sa ich chybou zaoberať.

Z hodnôt $U = f(t)$ sme podľa vzťahu 7 a zo znalosti konštanty $\alpha = (50{,}0 \pm 0{,}05)\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mV}}$ určili závislosť $F = f(t)$.

Z hodnôt t vieme určiť hodnoty Δl pomocou vzťahu 6. Keďže tento vzťah však platí zjavne iba v diferenciálnom tvare (nepoznáme konštantu - šírku lisu v momente, keď sme začali merať, určite neplatí, že deformácia sa začala v čase, ktorý program Zapisovač určil ako $t = 0$), musíme k sebe priradiť čas $t = 0$ a deformáciu $\Delta l = 0$ - určiť bod, keď sa deformácia začala, teda bod, v ktorom sa piest oprel o vzorku a začal ju stláčať. V skutočnosti deformácia začne plynule, na krátkom úseku, na ktorom vzorka dosadá na povrch lisu. Nemožno určiť presný bod, dosadanie trvá asi 2 sekundy, bod $t = 0$ sme teda určili ako približný stred tejto oblasti. To, že sme ho určili dobre dokumentuje nízka hodnota konštantného členu B afínneho fitu závislosti napätia σ_{lin} (viď. 2) na deformácii ϵ_0, k čomu sa ešte vrátime.

Použitím vzťahov 5 a 6 a za znalosti konštánt $D = 0{,}75\,\mathrm{mm}$ a $f = (0{,}60 \pm 0{,}01)\,10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$ vieme teda prepočítaním t na Δl určiť závislosť $F = f(\Delta l)$. V tomto momente potrebujeme poznať tuhosť aparatúry K, aby sme použitím 10 určili závislosť $F = f(\Delta l_v)$.

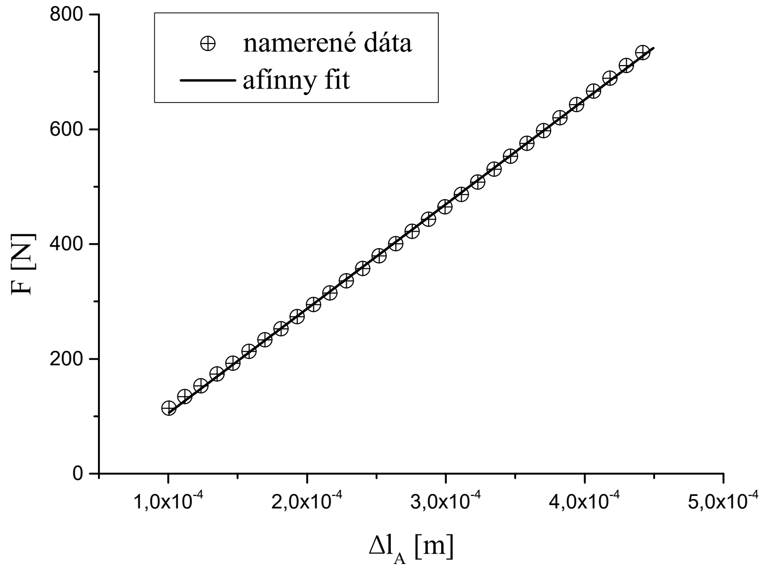
Tuhosť aparatúry sme určovali meraním deformácie hrubého oceľového valca, pri ktorej je deformácia samotného valca zanedbateľná voči deformácii aparatúry tak, ako sme si to vysvetlili v stati 2.3.

Dáta deformácie oceľového valca sme spracovali do tvaru $F = f(\Delta l)$ tak, ako sme si to vysvetlili v niekoľkých ostatných odstavcoch. Keďže pre nižšie tlakové sily závislosť nie je lineárna (ako vidno z grafu v prílohe), použili sme na regresiu iba hodnoty od $F = 100\,\mathrm{N}$. Fitovanú závislosť (každý stý bod, preložené priamkou) možno vidieť v grafe na obrázku 2 a koeficienty fitu predpisu $F = K\Delta l_A + F_0$ aj s ich nepresnosťami možno vidieť v tabuľke 1.

Tabuľka 1: Tuhosť aparatúry - koeficienty fitu

	$K\,[\mathrm{Nm}^{-1}]$	$\sigma_K\,[\mathrm{Nm}^{-1}]$	$F_0\,[\mathrm{N}]$	$\sigma_{F_0}\,[\mathrm{N}]$
$F = K\Delta l_A + F_0$	$1{,}821 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^3$	$-76{,}9$	$0{,}2$

Ako z tabuľky 1 vidno, hodnota F_0 (konštantného člena) je v porovnaní s tuhosťou K (koeficientom pri lienárnom člene) veľmi malá, teda môžme tuhosť stotožniť s koeficientom pri lineárnom koeficiente fitu.



Obr. 2: Graf závislosti $F = f(\Delta l)$ pre tuhý oceľový valec

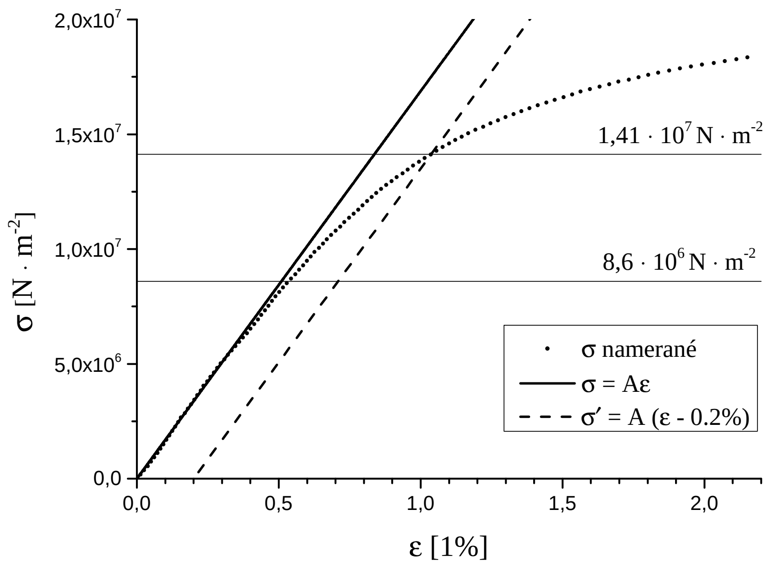
Keď poznáme tuhosť aparatúry K, môžme dáta našej meranej vzorky formátu $F = f(\Delta l)$ previezť pomocou vzťahu 10 na dáta $F = f(\Delta l_v)$, ktoré zohľadňujú deformáciu aparatúry a udávajú skutočnú závislosť pôsobiacej sily na deformácii vzorky.

Aby sme mohli určiť medze σ_U a $\sigma_{0,2}$ potrebujeme dostať naše dáta do tvaru $\sigma = f(\epsilon_0)$, čo vieme jednoducho pomocou vzťahov 2 a 3 a za znalosti $S_0 = \pi r^2 = (4{,}19 \pm 0{,}06)\,10^{-5}\mathrm{m}^2$ a $l_0 = (10{,}24 \pm 0{,}01)$ mm.

Máme teda závislosť $\sigma = f(\epsilon_0)$. Aby sme určili závislosť $\sigma_{lin} = f(\epsilon_0)$ v obore priamej úmery, preložíme bodmi priamku. Musíme si určiť nejakú časť priebehu, ktorou priamku preložíme. Určili sme si obor, na ktorom závislosť vyzerá dobre lineárne: $\sigma = [2{,}25; 3{,}5]\,10^6$ Pa a preložili ním závislosť $\sigma_{lin} = A\epsilon_0 + B$, ktorej koeficienty fitu vidno v tabuľke 2 a ktorú vidno v grafe na obrázku 3. Okrem tej tam vidno aj závislosť posunutú o $\Delta\epsilon = 0{,}002 = 0{,}2\%$ na $\sigma' = A \cdot (\epsilon_0 - 0{,}2\%) + B$. Z nameraných bodov σ vidno v grafe na obrázku 3 iba každý 100. bod, kvôli prehľadnosti. Všetko štatistické spracovanie však samozrejme pracuje so všetkými bodmi.

Tabuľka 2: Obor úmery priebehu deformácie - koeficienty fitu

	$A\,[\mathrm{Nm}^{-2}]$	$\sigma_A\,[\mathrm{Nm}^{-2}]$	$B\,[\mathrm{Nm}^{-2}]$	$\sigma_B\,[\mathrm{Nm}^{-2}]$
$\sigma_{lin} = A\epsilon_0 + B$	$1{,}688 \cdot 10^9$	$3 \cdot 10^6$	$9 \cdot 10^3$	$6 \cdot 10^3$



Obr. 3: Graf závislosti $\sigma = f(\epsilon)$ pre meranú vzorku

Z tabuľky 2 okrem iného vidno, že sme (tak, ako sme spomenuli vyššie) bod, kedy sa deformácia začlaa určili správne, keďže konštantný člen je v porovnaní s neistotou jeho určenia a s koeficientom pri lineárnom člene veľmi malý.

Napriek tomu, že v grafe na obrázku 3 nevidno žiadne chybové úsečky, body nie sú určené úplne presne. Chybu ich určenia možno určiť zo vzťahov 11 ako (rozhodli sme sa, že chybu σ_U zanedbáme kvôli vysokej presnosti prístroja):

$$\sigma_\sigma^2 = \left(\frac{\sigma}{\alpha}\right)^2 \sigma_\alpha^2 + \left(\frac{\sigma}{S_0}\right)^2 \sigma_{S_0}^2 \tag{13}$$

na $\sigma_\sigma = 3 \cdot 10^{-2}\,\sigma$ a pomocou vzťahu 12 ako (pre jednoduchosť zanedbávame chybu spôsobenú neistotou určenia tuhosti aparatúry K, keďže táto chyba je kvôli veľkému počtu bodov a kvalitnému fitu nízka, okrem toho nepoznáme chybu určenia D (k čomu sa vrátime v diskusii) a predpokladáme veľmi presné určenie času):

$$\sigma_{\epsilon_0}^2 = \left(\frac{\epsilon_0}{f}\right)^2 \sigma_f^2 + \left(\frac{\epsilon_0}{l_0}\right)^2 \sigma_{l_0}^2 \tag{14}$$

na $\sigma_{\epsilon_0} = 1{,}7 \cdot 10^{-2}\,\epsilon_0$.

Určiť hodnotu $\epsilon_{0,2}$ nie je z dát formátu ako v grafe na obrázku 3 problém. Z grafu to síce nemožno odčítať príliš presne, no medzi všetkými dátami jasne vidieť hodnotu σ, pre ktorú sa priamka σ' najviac priblíži k nameranému bodu σ. Tento bod označme ako $\sigma_{0,2}$, jeho hodnota je (uvažujúc neurčitosť podľa vzťahu 14) $\sigma_{0,2} = (1{,}41 \pm 0{,}03)\,10^7\mathrm{Nm}^{-2}$ a nadobúda sa pri predĺžení (s neurčitosťou podľa vzťahu 13) $\epsilon_{0_{0,2}} = (1{,}04 \pm 0{,}03)\,\%$.

Väčší problém je určiť hodnotu σ_U, keďže nie je presne možné určiť bod, v ktorom sa namerané hodnoty od lineárnej predpovede σ_{lin} začnú vzďaľovať. Za účelom odhadu tohto bodu sme sa rozhodli použiť kritérium 5%, teda nájsť takú hodnotu σ, ktorá sa od hodnoty σ' odlišuje o 5% svojej veľkosti a o všetkých hodnotách, ktoré sa líšia o menej môžme povedať, že ich lineárna aproximácia vystihuje. Takou hodnotou σ je $\sigma_U = (8{,}6 \pm 0{,}2) \cdot 10^6\,\mathrm{Nm}^{-2}$, ktorej prislúcha relatívne predĺženie $\epsilon_{0_U} = (0{,}53 \pm 0{,}02)\,\%$.

4 Diskusia výsledkov

Youngov modul pružnosti ocele je[Yo] približne 200GPa. Keďže pri kalibračnom meraní sme pracovali so silami pod 1000N a plocha kalibračného (tuhého) valčeka bola približne $S_{kal} \approx 4{,}2 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2$, znamená to jeho relatívnu deformáciu $\epsilon_{kal} \approx 1{,}2 \cdot 10^{-5}$, čo pri jeho dĺžke $h_{kal} \approx 10\,\mathrm{mm}$ znamená skrátenie o $\Delta l_{kal} \approx 1{,}2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}$, čo je v porovnaní s celkovým predĺžením aparatúry na úrovni $10^{-4}\,\mathrm{m}$ úplne zanedbateľné. Mohli sme teda oceľový kalibračný valček považovať za nestlačiteľný.

Chybu môže spôsobiť aj chyba určenia D, ktorú sme považovali za nulovú, keďže ju nepoznáme, ak však realtívna chyba určenia D neprekročila 1%, možno ju vzhľadom na ostatné chyby určenia parametrov zanedbať.

Rozmery vzorky po meraní boli né ako pred meraním, konkrétne výška sa zmenila z $h = (10{,}20 \pm 0{,}01)\,\mathrm{mm}$ pred meraním na $h = (9{,}96 \pm 0{,}01)\,\mathrm{mm}$, teda aj keď nevieme, či sme medz $\sigma_{0,2}$ stotožnili s medzou σ_E správne, vieme, že sme medz σ_E určite prekročili.

Určené hodnoty σ_U a $\sigma 0{,}2$ nemáme s čím porovnať, keďže nepoznáme materiál meranej vzorky.

5 Záver

Podarilo sa nám určiť tuhosť aparatúry použitej pri meraní na $K = (1{,}821 \pm 0{,}001) \cdot 10^6\,\mathrm{Nm}^{-1}$, po ktorej zohľadnení pri analýze vykonanej dynamickej skúšky sme určili medz úmery meranej vzorky na $\sigma_U = (8{,}6 \pm 0{,}2) \cdot 10^7\,\mathrm{Nm}^{-2}$ a jej medz 0,2 na $\sigma_{0,2} = (1{,}41 \pm 0{,}03)\,10^7\mathrm{Nm}^{-2}$.

6 Zoznam použitej literatúry

[St] Kolektív ZFP KVOF MFF UK. *Študijný text k meraniu: Dynamická zkouška deformace látek v tlaku.* [cit. 2016-22-05]. URL: <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_111.pdf>.

[Wy] Kolektív WIKIMEDIA project. *Wikipedie: Modul pružnosti v tahu* [cit. 2016-22-05]. URL: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Modul_pru%C5%BEnosti_v_tahu>.

[Vm] NATIONAL INSTRUMENTS. *Device specifications: NI PXI/PCI/PCIe/USB-4065* [cit. 2016-23-05]. URL: <http:/ww.ni.com/pdf/manuals/374315h.pdf>. s. 4.

[Yo] Kolektív WIKIMEDIA project. *Wikipádia: Youngov modul* [cit. 2016-24-05]. URL: <https://sk.wikipedia.org/wiki/Youngov_modul>.