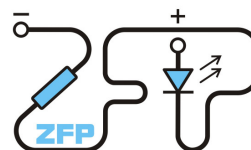


Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

## Fyzikální praktikum ...



Úloha č. ....

Název úlohy: .....

Jméno: ..... Obor: FOF FAF FMUZV

Datum měření: .....

Datum odevzdání: .....

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 5	
Teoretická část	0 - 1	
Výsledky měření	0 - 8	
Diskuse výsledků	0 - 4	
Závěr	0 - 1	
Seznam použité literatury	0 - 1	
<b>Celkem</b>	max. 20	

Posuzoval:.....

dne: .....



# 1 Pracovné úlohy

1. Okalibrovať pomocou bodu topenia ľadu, bodu varu vody a bodu tuhnutia cínu:
  - (a) platinový odporový teplomer (určiť konštanty  $R_0$ ,  $A$ ,  $B$ ),
  - (b) termočlánok med'-konštantán (určiť konštanty  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ).
2. Registrovať časový priebeh termoelektrického napätia termočlánku  $\varepsilon(\tau)$  a odporu platinového teplomera  $R(\tau)$  pri ohreve a varení vody a pri tuhnutí cínu. Zmerané priebehy graficky znázorniť.
3. Nakresliť graf teplotnej závislosti odporu  $R$  (kalibračná krivka odporového teplomera) a graf teplotnej závislosti termoelektrického napätia  $\varepsilon$  (kalibračná krivka termočlánku).
4. Zo závislostí  $\varepsilon(\tau)$  a  $R(\tau)$  podľa bodu 2 a kalibračných hodnôt podľa bodu 1 určiť časové závislosti  $t_R(\tau)$  a  $t_\varepsilon(\tau)$  teplôt meraných odporovým teplomerom a termočlánkom pri ohreve vody a tuhnutí cínu. Určené závislosti porovnať.

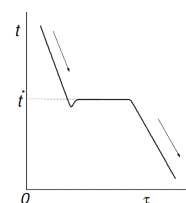
## 2 Teoretická časť

### 2.1 Fázové prechody

*Fázou* nazývame homogénnu časť termodynamického systému (látky). Pri prechode medzi fázami sa dodané teplo nespotrebuje na zvýšenie teploty systému, ale na zmenu fázy. Toto teplo sa nazýva *latentné*. Vo väčšine látok je možné stotožniť fázy so skupenstvami (plynná fáza, kvapalná fáza, pevná fáza). Prechodu medzi kvapalnou a plynnou fázou hovoríme *var*, prechodu medzi pevnou a kvapalnou resp. naopak hovoríme *topenie* resp. *tuhnutie*.

*Bodu topenia/tuhnutia* zodpovedá stav sústavy, v ktorom platí termodynamická rovnováha kvapalnej a pevnej fázy. V praxi sa realizuje samovoľným chladením roztopenej látky. Časový priebeh teploty počas tohto procesu má tvar ako na Obr. 1. V grafe je znázornené aj tzv. *podchladenie*, kedy sa teplota látky dostane pod teplotu tuhnutia  $t^*$ , ale po zamiešaní sa prudko vráti na  $t^*$  [1].

*Bod varu* nastáva vtedy, keď je tlak nasýtených pár kvapaliny rovný tomu vonkajšiemu. Krivka časovej závislosti teploty je analogická k tej na Obr. 1, ale je stúpajúca. Z definície bodu varu vyplýva, že je ovplyvnený vonkajším tlakom. Pre vodu je teplota



Obr. 1: Tuhnutie

varu v stupňoch Celzia pri vonkajšom tlaku  $p$  daná vzťahom [1]

$$t_v(p) = 100,0 + 28,0216\left(\frac{p}{p_0} - 1\right) - 11,642\left(\frac{p}{p_0} - 1\right)^2 + 7,1\left(\frac{p}{p_0} - 1\right)^3, \quad (1)$$

kde  $p_0 = 1,013\,25 \times 10^5$  Pa je normálny atmosferický tlak.

## 2.2 Elektrické teplomery

Termočlánok je elektrický teplomer, ktorý využíva *Seebeckov termoelektrický jav* [1]. Je tvorený zo sústavy dvoch vodičov spojených na koncoch, pričom jeden z koncov je *porovnávací* (v našom prípade v termoske na bode mrazu  $\approx 0^\circ\text{C}$ ). Keď dáme druhý koniec do prostredia s nenulovou teplotou, vzniká na koncových prierezoch vodičov elektromotorické napätie  $\varepsilon$ . V tomto praktiku sú vodičmi použitými v termočlánku meď a konštantán. Závislosť elektromotorického napätia na termočlánku na teplote môžeme aproximovať kvadratickým polynómom

$$\varepsilon(t) = a + b(t_2 - t_1) + c(t_2 - t_1)^2 = a + bt + ct^2, \quad (2)$$

nakoľko pre uvažovaný postup je  $t_1 = 0^\circ\text{C}$ .

Odporové teplomery využívajú fakt, že odpor niektorých látok sa mení s teplotou. Najvhodnejšie použiteľnou látkou na tento účel je platina, ktorá na dostatočne veľkom rozsahu spĺňa nasledovnú rovnicu:

$$R(t) = R_0(1 + At + Bt^2) \quad (3)$$

Na kalibráciu termočlánku aj odporového teplomera boli v praktiku použité primárne a sekundárne body Medzinárodnej praktickej teplotnej stupnice [2]:

- bod varu (*primárny*):  $t_v = 100^\circ\text{C}$
- bod tuhnutia cínu (*sekundárny*):  $t_c = 231,91^\circ\text{C}$
- bod mrazu (*sekundárny*):  $t_l = 0^\circ\text{C}$

Všetky tieto sú platné pre normálny atmosferický tlak, pre bod varu bola vykonaná korekcia (vid' 3.2)

## 2.3 Štatistické spracovanie dát

Všetky výsledky priamych meraní sú udávané so strednou kvadratickou chybou ( $P = 68.27\%$ ). Interpolácie aj regresie v praktiku boli robené v programe GNUplot.

### 3 Výsledky merania

#### 3.1 Experimentálne podmienky

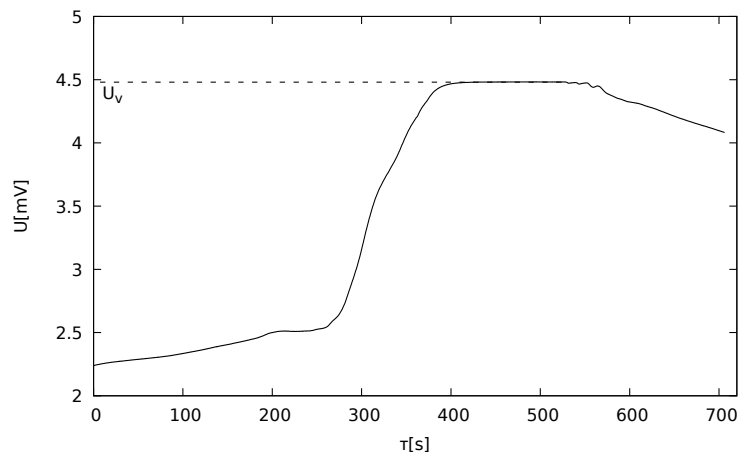
- teplota: 23,7 °C
- tlak:  $9,848 \times 10^4$  Pa
- vlhkosť: 16,2%

#### 3.2 Kalibrácia teplomerov

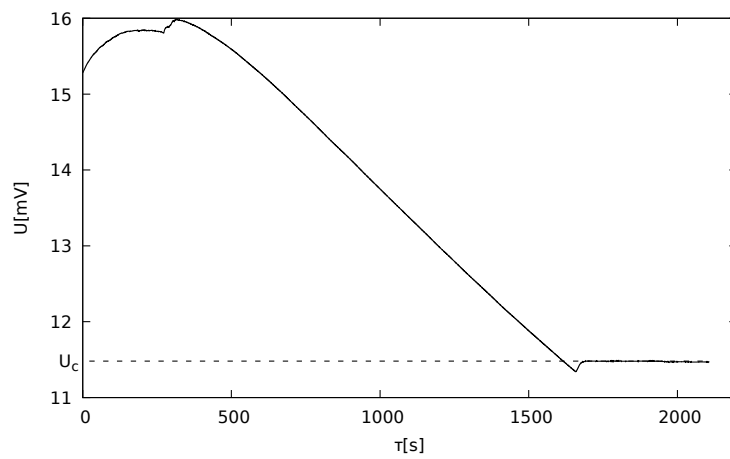
Najprv je potrebné podľa (1) urobiť korekciu bodu varu pre tlak v laboratóriu:

$$\begin{aligned} t_v(9,848 \times 10^4 \text{ Pa}) &= (100,0 + 28,0216(\frac{9,848 \times 10^4}{1,013\,25 \times 10^5} - 1) \\ &\quad - 11,642(\frac{9,848 \times 10^4}{1,013\,25 \times 10^5} - 1)^2 \\ &\quad + 7,1(\frac{9,848 \times 10^4}{1,013\,25 \times 10^5} - 1)^3) \text{ °C} \\ &\approx 99,2 \text{ °C} \end{aligned}$$

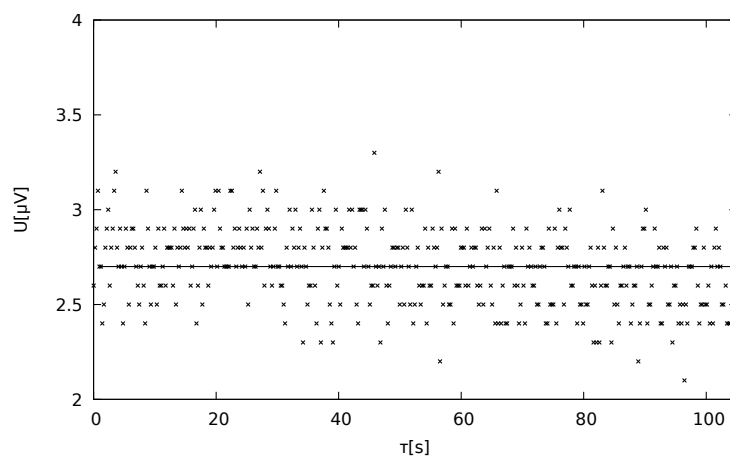
Počas merania napätia na termočlánku bol vždy jeden koniec v termoske udržiavanej na bode mrazu a druhý v ohrievanej vode, prípadne v tuhúcom cíne. Časová závislosť napätia bola zaznamenávaná programom Zapisovač. Výsledné grafy sú jednak v prílohe z merania ( $U$  nadobúda záporných hodnôt, nakoľko došlo k obráteniu polaritu termočlánku počas manipulácie s ním), jednak spracované na Obr. 2a a 2b (hodnoty upravené v programe GNUplot). V spracovaných priebehoch je vyznačené aj napätie zodpovedajúce meranému kalibračnému bodu podľa 2.1. Boli určené tak, že sme z grafu vybrali časť, ktorá by mala zodpovedať hľadanej konštantnej hladine napätia a tú fitovali závislosťou  $y = c$ . Chyby fitu boli rádovo 0,001% z dôvodu vysokej zapisovacej frekvencie (t.j. veľkého množstva dát), a preto pri hodnotách nie sú uvedené. Na konci merania boli oba konce termočlánku ponechané v termoske. Záznam z merania je takisto v prílohe, ako aj na Obr. 2c. Podobne ako predošlé, bol fitovaný konštantnou závislosťou s veľmi malou chybou. Namerané kalibračné hodnoty napätia sú uvedené v Tab. 1.



(a) pri vare vody



(b) pri tuhnutí cínu



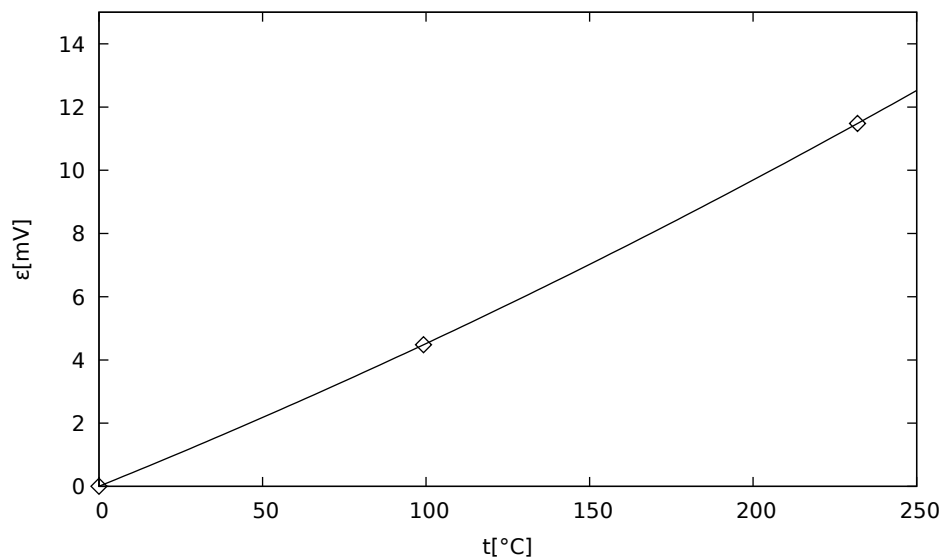
(c) v ľade

Obr. 2: Merania časovej závislosti napätia na termočlánku

Bod	$t$ °C	$U$ mV
bod varu	99,2	4,48
bod tuhnutia cínu	231,91	11,48
bod mrazu	0	$2,70 \times 10^{-3}$

Tab. 1: Kalibračné hodnoty pre termočlánok med<sup>1</sup>-konštantán

Hodnoty z Tab. 1 sme fitovali závislosťou  $y = a + b \cdot x + c \cdot x^2$  s výsledkami  $a = 0,0027$ ,  $b = 0,042 \pm 0,001$ ,  $c = (3,3 \pm 0,1) \times 10^{-5}$  (Chyby sú zaokrúhľovacie, fit bol presný kvôli povahe zadania). Graf závislosti  $\varepsilon = \varepsilon(t)$  je na Obr. 3.



Obr. 3: Graf  $\varepsilon = \varepsilon(t)$

U odporového teplomeru boli merania vykonané v rovnakom poradí ako u termočlánku a zaznamenávané ručne. Hodnoty z merania ohrevu vody sú v Tab. 2, z merania tuhnutia cínu v Tab. 3, a z merania v ľade v Tab. 4. Chyby  $\delta$  v tabuľkách sú systematické chyby spôsobené odchýlkou meracieho zariadenia (0,5% z nameranej hodnoty pre použité rozsahy), hrubé chyby odčítania hodnôt a časovej synchronizácie možno zanedbať, nakoľko v okolí daných časových úsekov sa hodnota na displeji prakticky nemenila.

$\frac{\tau}{[s]}$	$\frac{R}{[\Omega]}$	$\frac{\delta}{[\Omega]}$	$\frac{\tau}{[s]}$	$\frac{R}{[\Omega]}$	$\frac{\delta}{[\Omega]}$
0	121,7	0,61	400	137,6	0,69
50	122,1	0,61	450	138,5	0,69
100	122,3	0,61	500	138,6	0,69
150	123,0	0,62	550	138,5	0,69
200	124,7	0,62	600	137,2	0,69
250	127,3	0,64	650	136,7	0,68
300	129,6	0,65	700	135,9	0,68
350	131,6	0,66			

Tab. 2: Meranie odporu odporového teplomera pri ohreve a vare vody

$\frac{\tau}{[s]}$	$\frac{R}{[\Omega]}$	$\frac{\delta}{[\Omega]}$	$\frac{\tau}{[s]}$	$\frac{R}{[\Omega]}$	$\frac{\delta}{[\Omega]}$
0	213	1,1	1100	198	1,0
100	214	1,1	1200	195	1,0
200	214	1,1	1300	194,3	0,97
300	214	1,1	1400	192,1	0,96
400	212	1,1	1500	189,9	0,95
500	211	1,1	1600	187,7	0,94
600	209	1,0	1700	187,4	0,94
700	207	1,0	1800	187,4	0,94
800	205	1,0	1900	187,5	0,94
900	203	1,0	2000	187,4	0,94
1000	200	1	2100	187,5	0,94

Tab. 3: Meranie odporu odporového teplomera pri tuhnutí cínu

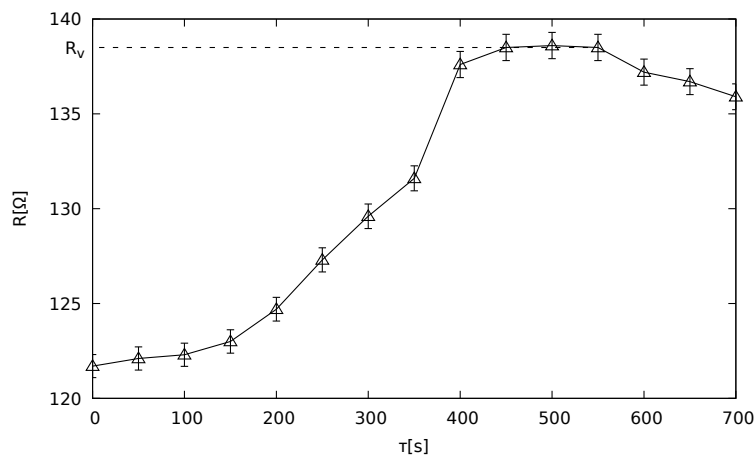
$\frac{\tau}{[s]}$	$\frac{R}{[\Omega]}$	$\frac{\delta}{[\Omega]}$	$\frac{\tau}{[s]}$	$\frac{R}{[\Omega]}$	$\frac{\delta}{[\Omega]}$
0	100,6	0,50	50	100,5	0,50
10	100,6	0,50	60	100,5	0,50
20	100,6	0,50	70	100,5	0,50
30	100,5	0,50	80	100,5	0,50
40	100,5	0,50	90	100,5	0,50

Tab. 4: Meranie odporu odporového teplomera v ľade

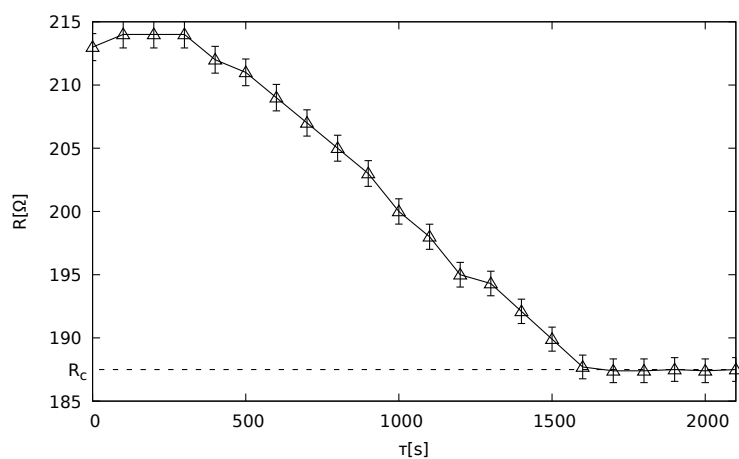
Údaje z tabuliek sú graficky spracované na Obr. 4. Z Tab. 2 sme hodnoty v intervale  $\tau \in [450 \text{ s}, 550 \text{ s}]$  spracovali ako priame meranie s výsledkom  $R_v = (138,5 \pm 0,7) \Omega$ . V Tab. 3 sme vybrali interval  $\tau \in [1600 \text{ s}, 2100 \text{ s}]$



a spracovali s výsledkom  $R_c = (187,5 \pm 0,9) \Omega$ . Konečne Tab. 4 sme ako priame meranie spracovali celú a výsledkom bolo  $R_l = (100,5 \pm 0,5) \Omega$ .



(a) pri vare vody



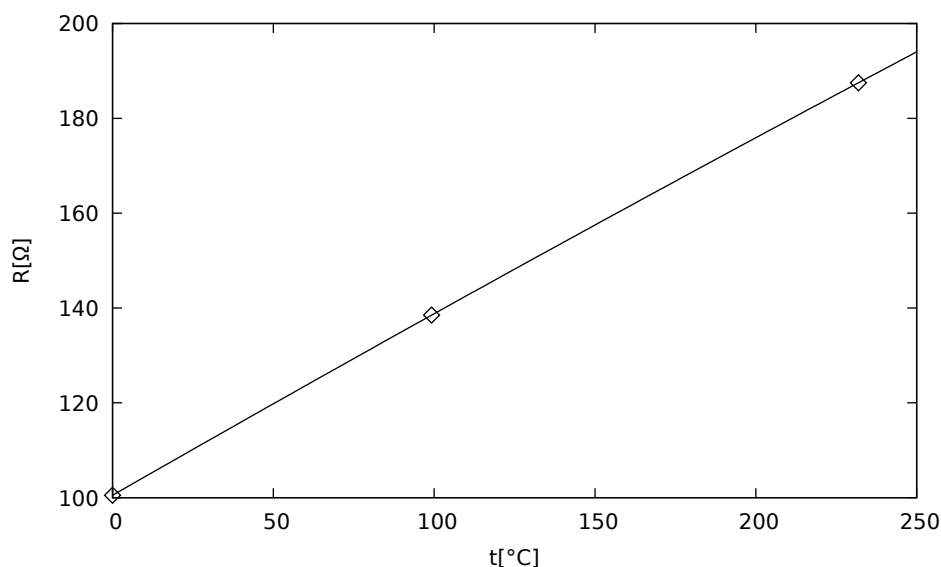
(b) pri tuhnutí cínu

Obr. 4: Merania časovej závislosti odporu platínového teplomera

Kalibračné hodnoty odporu sme interpolovali analogicky k termočlánku závislosťou (3) s nasledovnými výsledkami (chyby sú opäť zaokrúhľovacie):

- $R_0 = 100,5 \Omega$
- $A = (0,00397 \pm 0,00001) ^\circ\text{C}^{-1}$
- $B = (-5,93 \pm 0,01) \times 10^{-7} ^\circ\text{C}^{-2}$

Graf teplotnej závislosti odporu platínového teplomera je na Obr. 5.



Obr. 5: Graf  $R = R(t)$

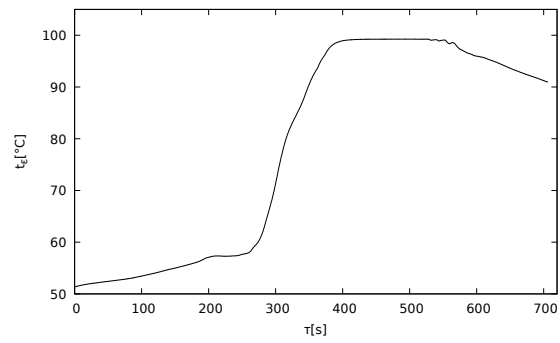
### 3.3 Rekonštrukcia časových závislostí teploty

V predošlej časti sme dostali závislosti  $\varepsilon = \varepsilon(t)$  a  $R = R(t)$  určujúce merateľné vlastnosti skúmaných teplomerov na teplote. Aby bolo možné s ich pomocou zrekonštruovať časové priebehy teplôt, je potrebné tieto funkcie invertovať, čo je možné nakoľko všetky merania sa uskutočňovali na intervaloch, kde sú obe funkcie prosté. Máme teda:

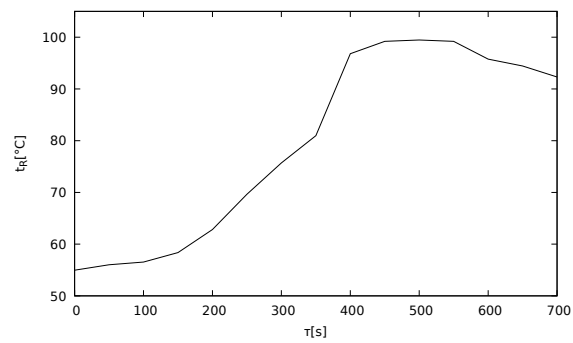
$$\varepsilon(t) = a + bt + ct^2 \implies t_\varepsilon(\varepsilon) = \frac{\sqrt{4c\varepsilon + b^2 - 4ac} - b}{2c}$$

$$R(t) = R_0(1 + At + Bt^2) \implies t_R(R) = \frac{\sqrt{4B\frac{R}{R_0} + A^2 - 4B} - A}{2B}$$

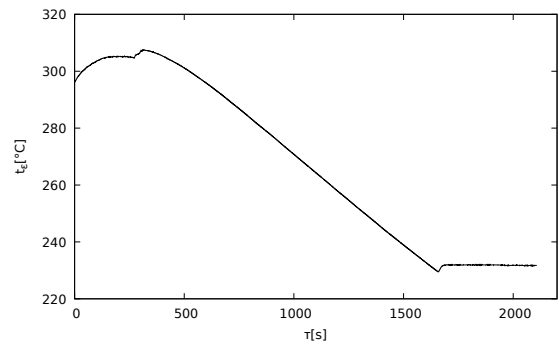
Za pomoci uvedených vzťahov sme v programe GNUplot zrekonštruovali závislosti  $t_\varepsilon = t_\varepsilon(\tau)$  a  $t_R = t_R(\tau)$  pre bod varu vody ako aj pre bod tuhnutia cínu. Rekonštrukcie časových priebehov teplôt sú v grafoch na Obr. 6



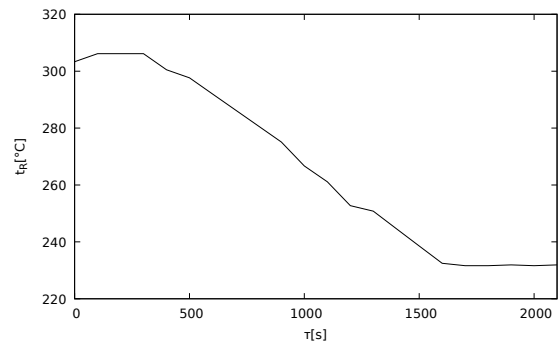
(a) var vody



(b) var vody



(c) tuhnutie cínu



(d) tuhnutie cínu

Obr. 6: Rekonštrukcie časových závislostí teplôt pre termočlánok (vľavo) a odporový teplomer (vpravo) 10

## 4 Diskusia výsledkov

Pri kalibrácii sa kvadratickým polynómom fitovali tri kalibračné hodnoty, bol to teda prípad priamej interpolácie s jednoznačným riešením. Chyby kalibrácie však mohli nastať u odporového teplomera berúc do úvahy chyby merania kalibračných bodov (u termočlánku boli tieto zanedbateľné). Odklon od reálnych kalibračných hodnôt mohol taktiež nastať kvôli faktu, že korekcia v 3.2 bola robená iba pre bod varu. Kalibračné hodnoty termočlánku približne súhlasia s tými uvedenými v [2] (tabuľka na s. 175). Bod varu sa líši od tabuľkovej hodnoty o približne 0,3 mV, čo môže byť spôsobené jednak nepresnosťou merania vonkajšieho tlaku (systematická chyba meracieho prístroja aj fakt, že ohrev a var vody prebiehal v uzavretej nádobe, čo by mohlo mierne zvýšiť teplotu varu). Napätie na termočlánku pri meraní bodu mrazu by malo byť nulové. Nenulová hodnota môže byť spôsobená systematickou chybou použitého meracieho prístroja, ako aj prípadným nedokonalým vyhotovením termočlánku (meranie varu vody sa muselo opakovať, pravdepodobne kvôli zlým kontaktom v termočlánku). Presnejšie porovnanie nebolo možné, nakoľko hodnoty v tabuľke v [2] sú uvedené po stovkách.

Z grafov kalibračných kriviek, ako aj z interpolačných parametrov závislosti vidíme, že odozvy oboch teplomerov sú v uvažovanom rozsahu veľmi približne lineárne (koeficienty pri kvadratických členoch sú v oboch závislostiach dostatočne malé na to, aby ich pri malých teplotných rozdieloch bolo možné zanedbať).

Zo zrekonštruovaných grafov časových závislostí teploty možno vyčítať niekoľko informácií o okolnostiach merania. Pri grafoch z merania bodu varu vidieť spočiatku nábeh a potom nelineárnu odozvu ohrievača. Pri tuhnutí cínu klesá teplota rovnomernejšie, nakoľko chladla samovoľne. Počiatočný rast teploty je prejavom zotrvačnosti taviacej pece. Z hladkosti a všeobecného tvaru zrekonštruovaných kriviek môžeme tiež usúdiť, že merania pomocou termočlánku boli presnejšie (nepomerne väčší objem zaznamenaných dát), pri meraní odporovým teplomerom bolo limitujúcim faktorom ručné zapisovanie hodnôt.

## 5 Záver

Cieľom tohto praktika bolo okalibrovať termočlánok med'-konštantán a platínový odporový teplomer tromi kalibračnými bodmi Medzinárodnej praktickej teplotnej stupnice, a to bodom varu, bodom tuhnutia cínu a bodom mrazu. Výsledky merania boli spracované a graficky znázornené (grafy časovej závislosti odporu a elektromotorického napätia, kalibračné krivky, a konečne rekonštrukcie časových závislostí teploty počas merania). Súhrnné výsledky merania sú uvedené nižšie.

- Kalibračné hodnoty pre termočlánok

–  $U_v = 4,48 \text{ mV}$

–  $U_c = 11,48 \text{ mV}$

–  $U_l = 2,70 \text{ } \mu\text{V}$

- Určené koeficienty v závislosti (2)

–  $a = 0,0027$

–  $b = 0,042 \pm 0,001$

–  $c = (3,3 \pm 0,1) \times 10^{-5}$

- Kalibračné hodnoty pre odporový teplomer

–  $R_v = (138,5 \pm 0,7) \Omega$

–  $R_c = (187,5 \pm 0,9) \Omega$

–  $R_l = (100,5 \pm 0,5) \Omega$

- Určené koeficienty v závislosti (3)

–  $R_0 = 100,5 \Omega$

–  $A = (0,00397 \pm 0,00001) \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

–  $B = (-5,93 \pm 0,01) \times 10^{-7} \text{ } ^\circ\text{C}^{-2}$

## Zoznam použitej literatúry

[1] [http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/\\_media/zadani/texty/txt\\_108.pdf](http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_108.pdf). aktuálne k 24.3. 2018.

[2] J. BROŽ a kol. *Základy fyzikálních měření I*. Praha: SPN, 1967.