

Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum I

Úloha č. VIII

Kalibrace odporového teploměru a termočlánku – fázové přechody

Měřil a zpracoval: Antonín Baďura, FOF

Měřil dne: 6. března 2018

Odevzdal dne: 13. března 2018

Poznámky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0–5	
Teoretická část	0–1	
Výsledky měření	0–8	
Diskuse výsledků	0–4	
Závěr	0–1	
Seznam použité literatury	0–1	
Úhrnem	nejvýše 20	

Hodnotil dne

1 Zadání úlohy

- Okalibrujte pomocí bodu tání ledu, bodu varu vody a bodu tuhnutí cínu:
 - platinový odporový teploměr (určete konstanty R_0 , A , B),
 - termočlánek měď-konstantan (určete konstanty a , b , c).
- Registrujte časový průběh termoelektrického napětí termočlátku $\varepsilon(\tau)$ a odporu platinového teploměru $R(\tau)$ při ohřevu a varu vody a při tuhnutí cínu. Změřené průběhy graficky znázorněte.
- Nakreslete graf teplotní závislosti odporu R (kalibrační křivka odporového teploměru) a graf teplotní závislosti termoelektrického napětí ε (kalibrační křivka termočlátku).
- Ze závislostí $\varepsilon(\tau)$ a $R(\tau)$ dle bodu 2 a kalibračních hodnot dle bodu 1 určete časové závislosti $t_R(\tau)$ a $t_\varepsilon(\tau)$ teplot měřených odporovým teploměrem a termočlánkem při ohřevu vody a tuhnutí cínu. Určené závislosti porovnejte.

2 Teoretická část

Cílem úlohy bylo určit kalibrace dvou teploměrů — termočlátku měď–konstantan a platinového odporového teploměru. Předpokládáme, že závislost elektrického napětí termočlátku, respektive el. odporu platinové sondy na teplotě je kvadratická, jak je vidno z rovnic 2 a 6 — z toho je zřejmé, že k určení koeficientů závislosti nám postačí měření hodnot napětí termočlátku (odporu sondy) pro tři různé lázně o známých teplotách.

Jako tyto lázně je možno s výhodou zvolit látky o teplotách jejich skupenských změn, kteréžto teploty jsou dobře popsány a zároveň je využívá skutečnosti, že teplota soustavy (hovoříme-li o chemicky čistých látkách) je po dobu fázové přeměny konstantní. Během tohoto měření byly použity tři referenční teploty (hodnoty platí při normálním atmosférickém tlaku, tj. $p_0 = 1013,25$ hPa): bod tuhnutí vody, 0°C , bod varu vody, 100°C , a bod tuhnutí cínu, 232°C . Teploty tuhnutí vody a cínu jsou na běžných odchylkách atmosférického tlaku zanedbatelně závislé, což ovšem neplatí o teplotě varu vody t_p , která se s atm. tlakem mění podle přibližného vztahu:

$$t_p = 100,0 + 28,0216 \left(\frac{p}{p_0} - 1 \right) - 11,642 \left(\frac{p}{p_0} - 1 \right)^2 + 7,1 \left(\frac{p}{p_0} - 1 \right)^3, \quad (1)$$

pro t_p v $^\circ\text{C}$ [1].

2.1 Termočlánek měď–konstantan

V případě termočlátku se ku měření teploty využívá Seebeckova jevu, tj. vývinu el. napětí na vodiči o nenulovém teplotním gradientu. V případě kombinace dvou různých vodičů (zde mědi a konstantanu) dochází ke vzniku elektromotorického napětí ε , které lze v případě použitého článku přibližně popsat jako:

$$\varepsilon = a + b\Delta t + c\Delta t^2, \quad (2)$$

kde ε je již zmiňované elektromotorické napětí ve voltech, a, b, c koeficienty úměrnosti, jež je nutno určit, a Δt rozdíl teplot mezi konci termočlátku v K [1]. Kterak již bylo řečeno, jedním z úkolů je určit k koeficienty a, b, c . Z rov. 2 tak dostáváme:

$$a = \varepsilon_0, \quad (3)$$

$$b = \frac{\varepsilon_1(\Delta t_2)^2 - \varepsilon_2(\Delta t_1)^2 - a((\Delta t_2)^2 - (\Delta t_1)^2)}{\Delta t_1 \Delta t_2 (\Delta t_2 - \Delta t_1)}, \quad (4)$$

$$c = \frac{\varepsilon_2 \Delta t_1 - \varepsilon_1 \Delta t_2 + a(\Delta t_2 - \Delta t_1)}{\Delta t_1 \Delta t_2 (\Delta t_2 - \Delta t_1)}, \quad (5)$$

kde $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2$ je postupně termoelektrické napětí na termočláнку při teplotě tuhnutí vody, varu vody a tuhnutí cínu (jestliže je referenční termočlánek udržován při teplotě tuhnutí vody); $\Delta t_1, \Delta t_2$ je rozdíl teplot mezi teplotou tuhnutí vody a varu vody, resp. tuhnutí cínu.

2.2 Odporová Pt sonda

Platinovou sondou lze určovat teplotu jednoduše na základě změny jejího el. odporu s teplotou, která je opět popsána kvadratickou závislostí, a to jako:

$$R = R_0 (1 + At + Bt^2), \quad (6)$$

kde R je odpor sondy v ohmech, R_0 její odpor při 0°C , A, B konstanty úměrnosti a t teplota ve stupních Celsia [1]. Pro A, B, R_0 tak dostáváme:

$$R_0 = R_1, \quad (7)$$

$$A = \frac{t_2^2(R_2 - R_1) - t_1^2(R_3 - R_1)}{t_1 t_2 R_1 (t_2 - t_1)}, \quad (8)$$

$$B = \frac{t_1(R_3 - R_1) - t_2(R_2 - R_1)}{t_1 t_2 R_1 (t_2 - t_1)}, \quad (9)$$

kde R_1, R_2, R_3 je postupně elektrický odpor Pt sondy při teplotě tuhnutí vody, varu vody a tuhnutí cínu, t_1, t_2 jsou teploty varu vody, resp. tuhnutí cínu.

3 Výsledky měření

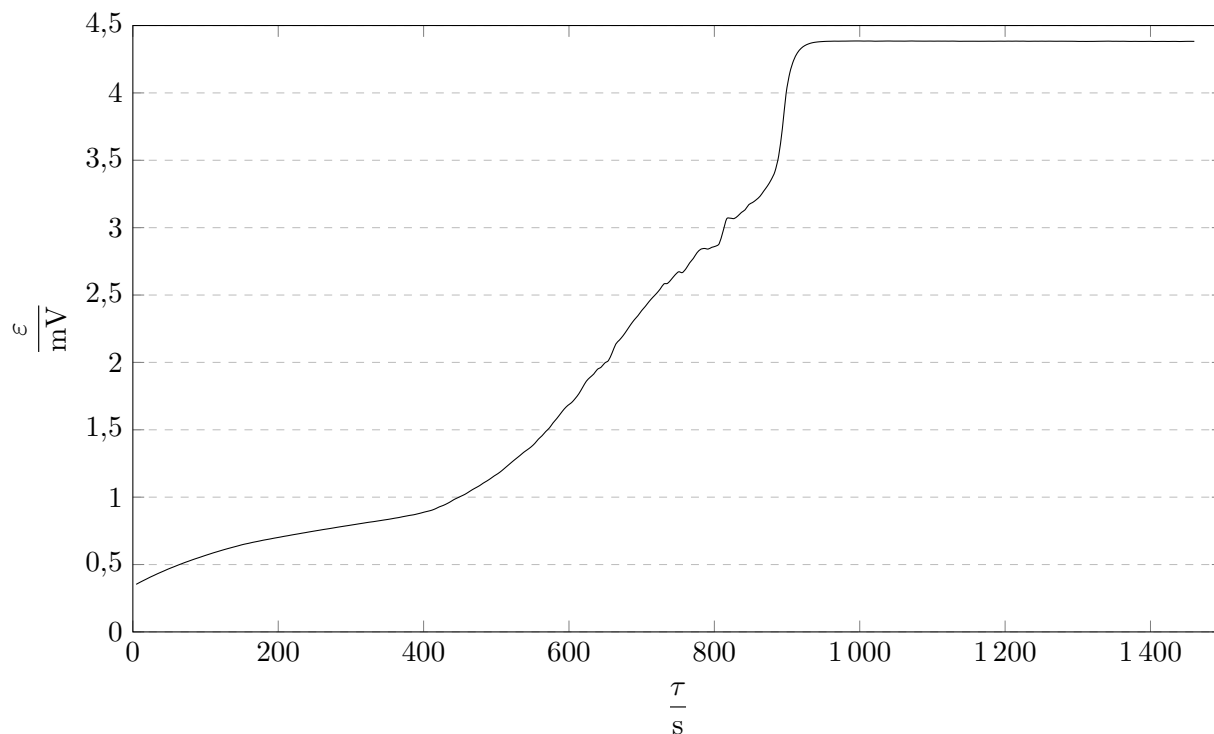
Fyzikální podmínky v laboratoři. Měření probíhalo při teplotě $(23,1 \pm 0,4)^\circ\text{C}$, atmosférickém tlaku (964 ± 2) hPa a relativní vlhkosti vzduchu $(28 \pm 2,5)\%$.

Naměřenému atmosférickému tlaku odpovídá podle rovnice 1 teplota varu vody $(98,61 \pm 0,06)^\circ\text{C}$ (nejistota byla určena běžným způsobem ze vztahu pro přenos nejistoty nepřímého měření $\sigma^2 = (\frac{\partial t_p}{\partial p} \cdot \sigma_p)^2$, a to v rovnici 1). Odtud tedy a rovněž ze znalosti teplot tání vody a cínu můžeme ze změřených hodnot R a ε určit kalibrační hodnoty, jak je to znázorněno v tabulce 1.

Nejistoty měření byly určeny ze znalosti přesnosti použitých měřidel: u ohmmetru to je $0,5\%$ z měřené hodnoty, u voltmetru je to $90 \cdot 10^{-4}\%$ z měřené hodnoty a $35 \cdot 10^{-4}\%$ z rozsahu měření, který byl 100 mV. Jak je vidno z grafů 2 a 4, není napětí termočláunku ani odpor sondy po dobu tuhnutí cínu zcela konstantní, byl proto z dat vybrán úsek nejmenšího spádu a z těchto hodnot následně vypočítán průměr.

t °C	R Ω	ε mV
0	$104,7 \pm 0,3$	$(2,4 \pm 2,0) \cdot 10^{-3}$
98,61	$142,2 \pm 0,4$	$4,383 \pm 0,002$
232	$186,8 \pm 0,5$	$10,799 \pm 0,003$

Tabulka 1: Naměřený elektrický odpor sondy a termoelektrické napětí termočlánku při kalibračních teplotách

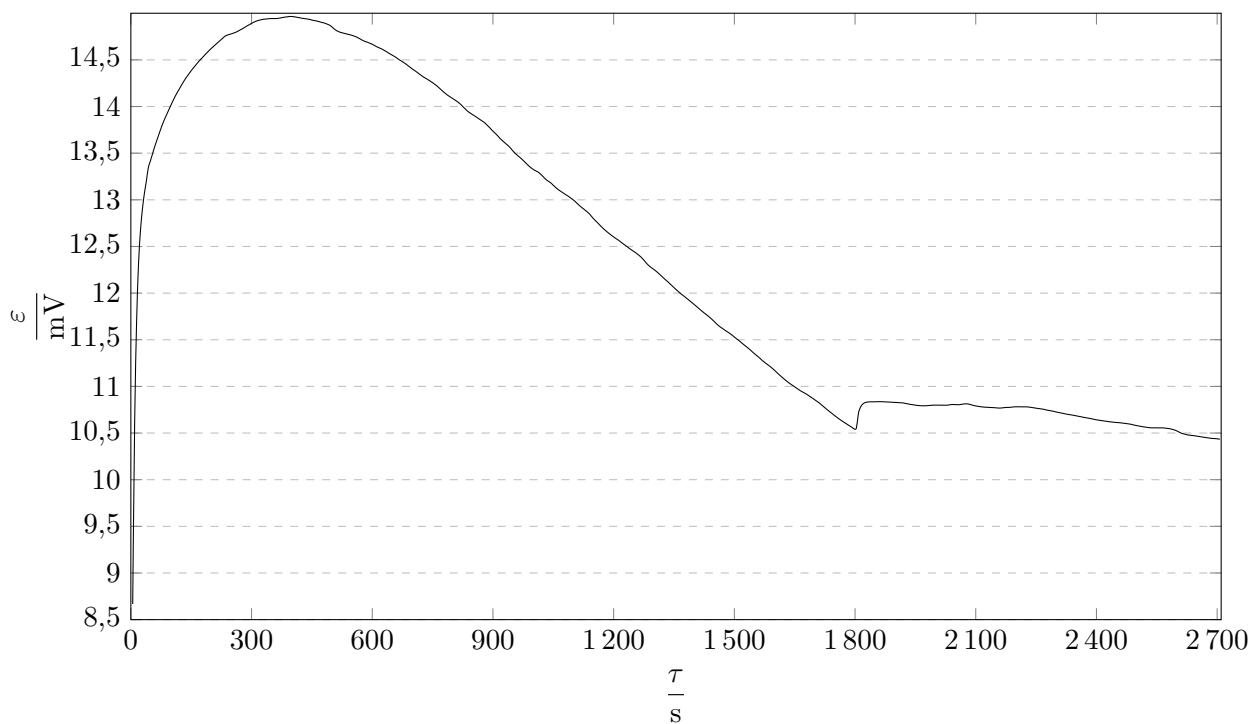


Graf 1: Průběh termoelektrického napětí termočlánku při ohřevu vody

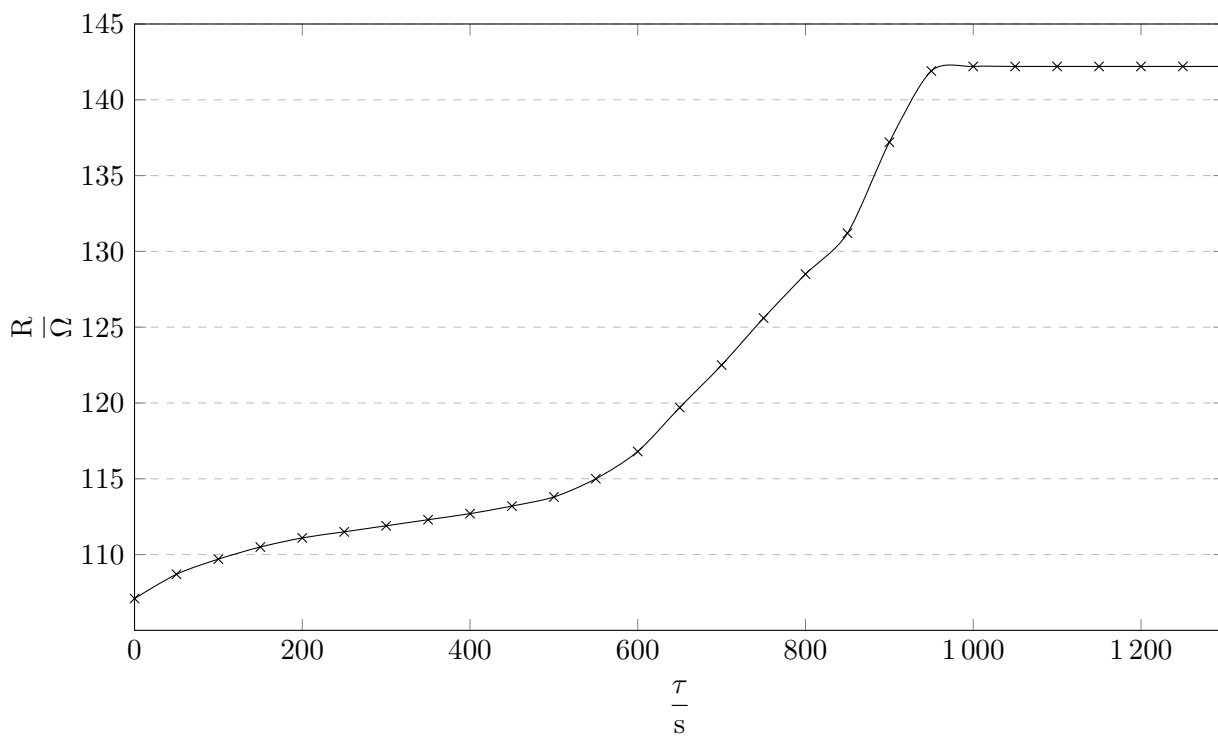
3.1 Kalibrace teploměru

Ze znalosti ε a R v definovaných teplotách již můžeme dle vztahů 3–5 a 7–9 učit všechny potřebné kalibrační koeficienty. Nejistoty měření byly určeny pomocí obvyklých metod určování přenosu chyby nepřímého měření, tedy jako $\sigma^2 = \sum (\frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \sigma_i)^2$, kde f jsou vztahy pro výpočet koeficientů uvedené výše a x_i veličiny z těchto vzorců zatížené chybou [3]. Dostáváme tak:

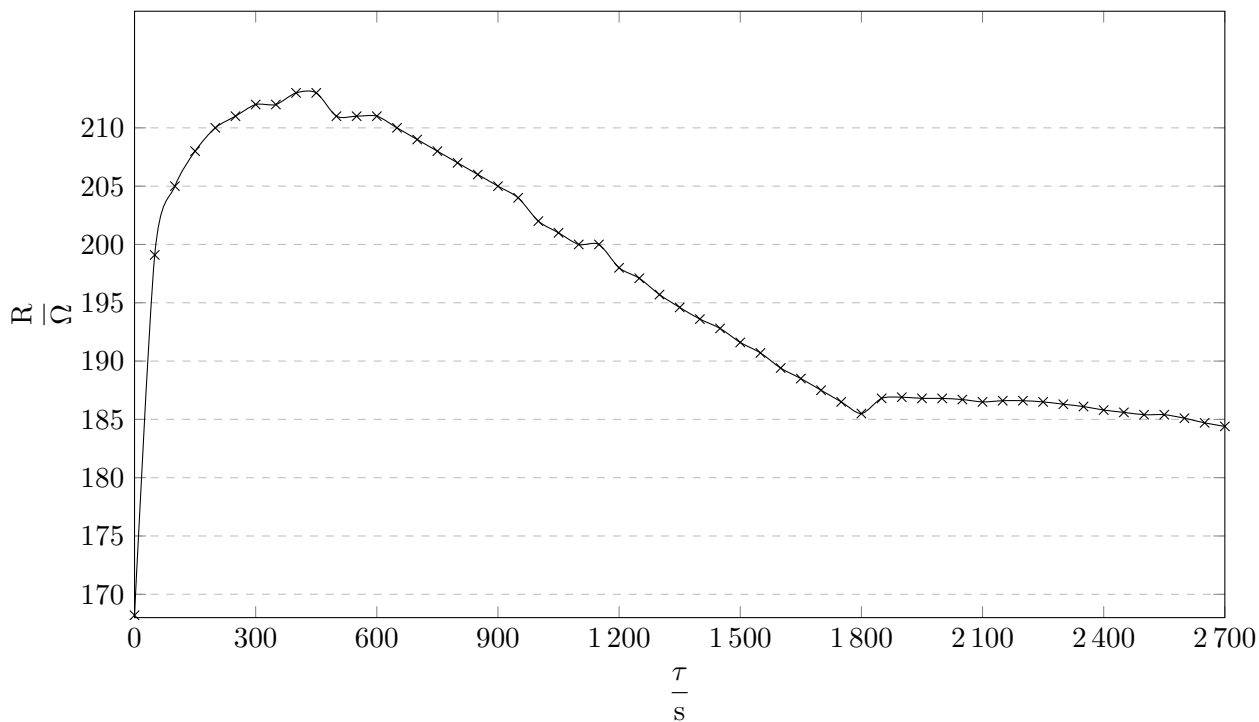
$$\begin{aligned}
 a &= (2,4 \pm 2,0) \cdot 10^{-6} \text{ V} \\
 b &= (4,286 \pm 0,021) \cdot 10^{-5} \text{ V K}^{-1} \\
 c &= (1,58 \pm 0,11) \cdot 10^{-8} \text{ V K}^{-2} \\
 R_0 &= (104,7 \pm 0,3) \Omega \\
 A &= (3,79 \pm 0,06) \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \\
 B &= (-1,5 \pm 2,1) \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-2}
 \end{aligned}$$



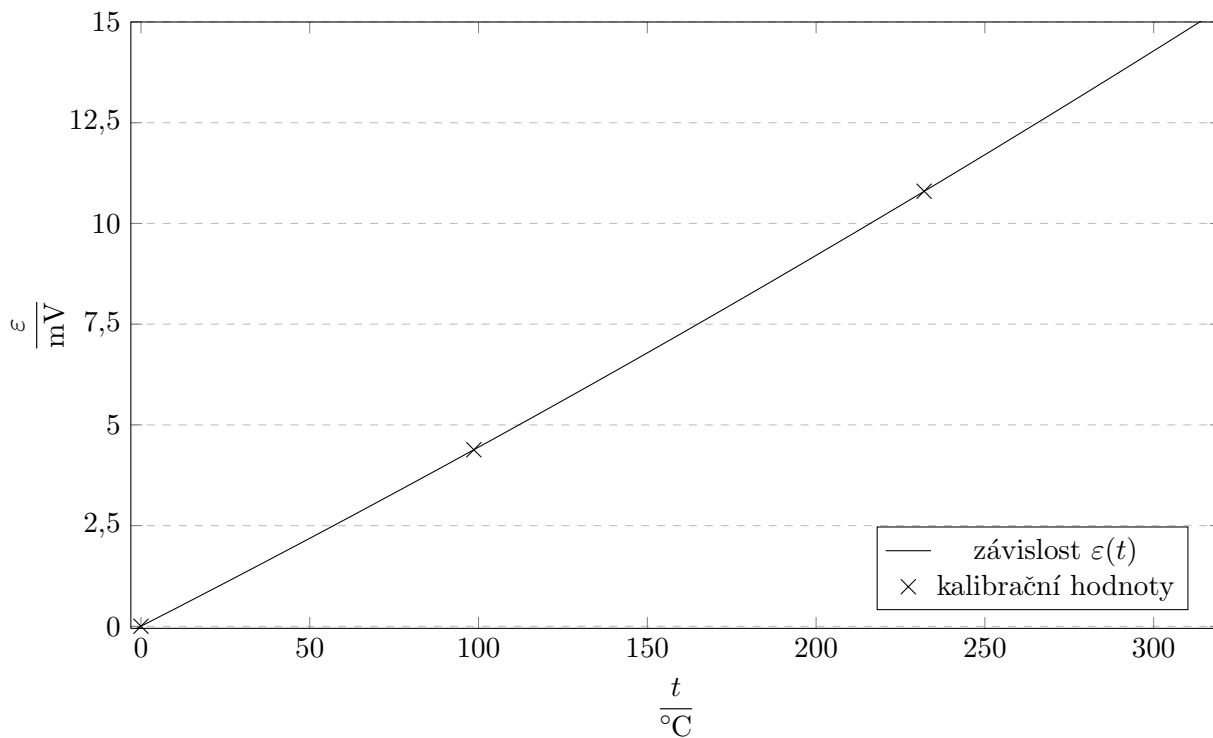
Graf 2: Průběh termoelektrického napětí termočlánku při tuhnutí cínu



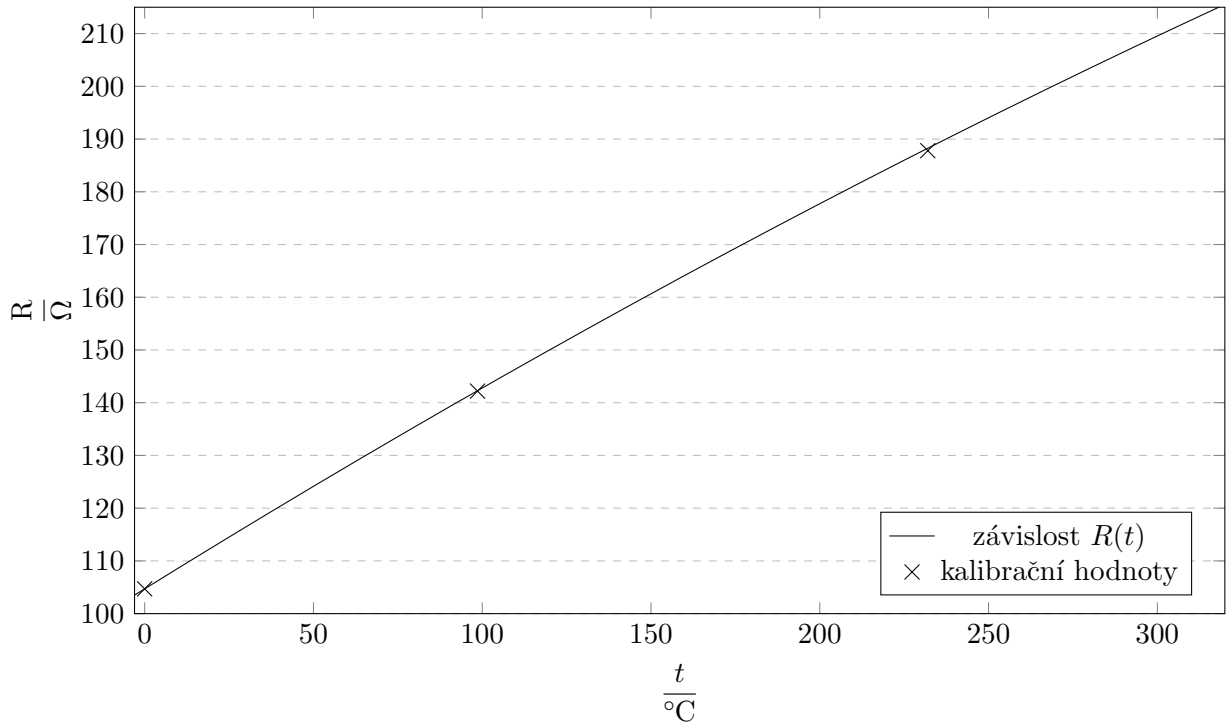
Graf 3: Průběh elektrického odporu Pt sondy při ohřevu vody



Graf 4: Průběh elektrického odporu Pt sondy při tuhnutí cínu



Graf 5: Kalibrační křivka termočlánku, uvedeny jsou rovněž naměřené hodnoty kalibračních bodů



Graf 6: Kalibrační křivka Pt odporové sondy, uvedeny jsou rovněž naměřené hodnoty kalibračních bodů

3.2 Průběh teploty

S pomocí určených kalibračních koeficientů je možno snadno vyjádřit z rovnic 6 a 2 funkční závislost teploty na měřeném odporu, resp. napětí, která je pro ohřev a var vody zanesena v grafu 7 a pro tuhnutí cínu v grafu 8. Nejistoty měření byly určeny pomocí standardní metody přenosu nejistoty nepřímého měření [3]. Konkrétně potom pro termočlánek máme:

$$t(\varepsilon) = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c(a - \varepsilon)}}{2c}, \quad (10)$$

$$\Delta t(\varepsilon) = \frac{\partial t}{\partial \varepsilon} \Delta \varepsilon = \frac{\Delta \varepsilon}{\sqrt{b^2 - 4c(a - \varepsilon)}}. \quad (11)$$

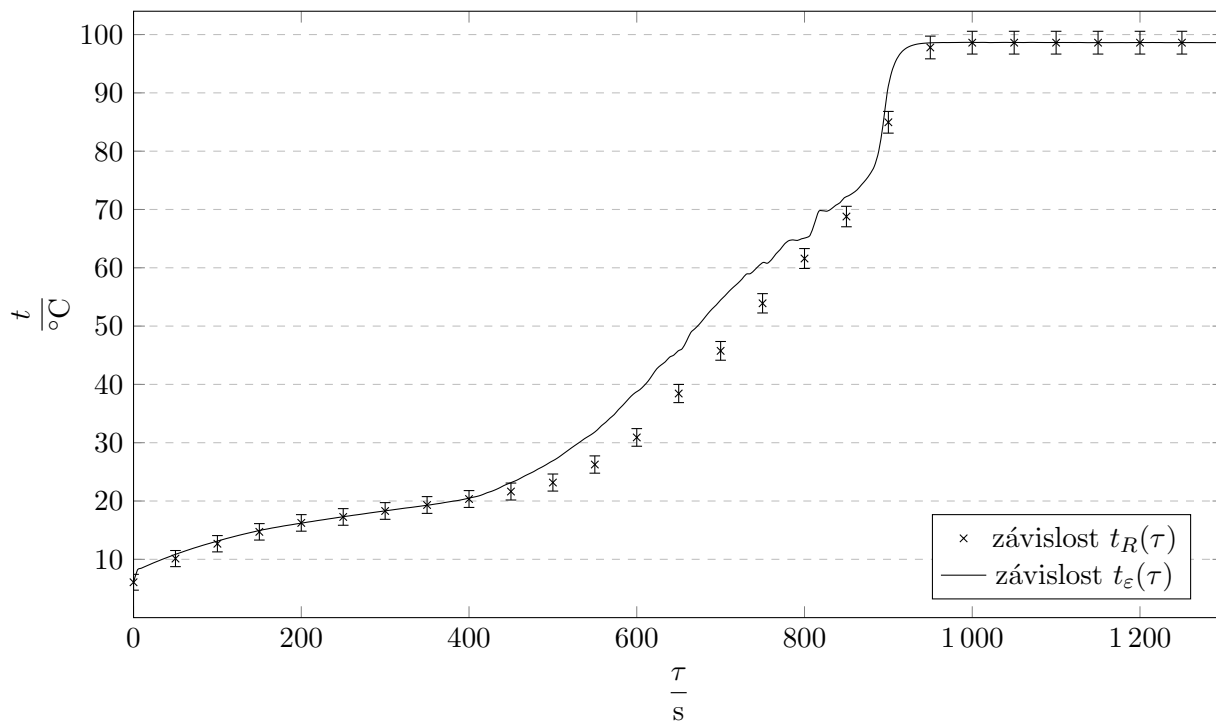
Podobně i pro platinovou sondu:

$$t(R) = \frac{-A + \sqrt{A^2 - 4B(1 - \frac{R}{R_0})}}{2B}, \quad (12)$$

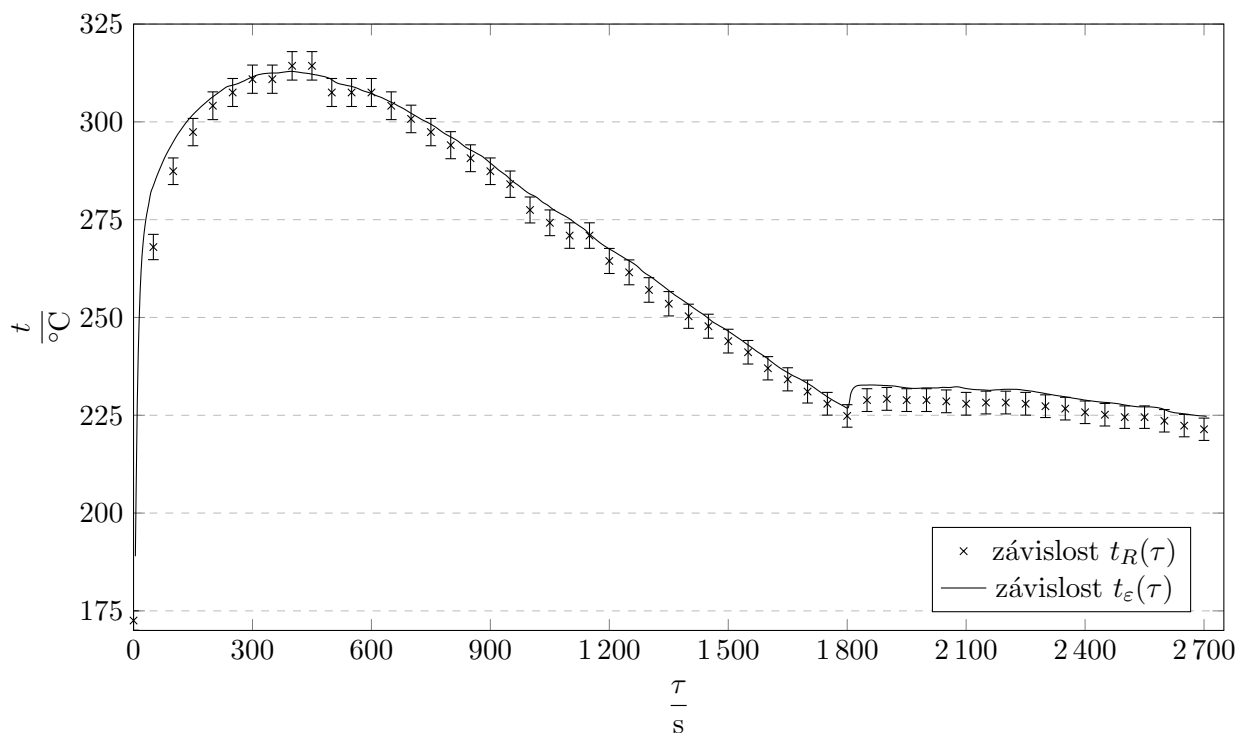
$$\Delta t(R) = \frac{\partial t}{\partial R} \Delta R = \frac{\Delta R}{R_0 \sqrt{A^2 - 4B(1 - \frac{R}{R_0})}}. \quad (13)$$

4 Diskuse výsledků

Přesnost určených koeficientů je velmi závislá na přesném dosažení kalibrační teploty. V případě bodu tuhnutí vody lze hovořit o velmi přesné referenční hodnotě, neboť se systém sám udržuje



Graf 7: Časová závislost teploty při ohřevu a varu vody, která byla naměřena Pt sondou a termočlánkem a přepočtena podle zjištěných koeficientů úměrnosti



Graf 8: Časová závislost teploty při ohřevu a tuhnutí cínu, která byla naměřena Pt sondou a termočlánkem a přepočtena podle zjištěných koeficientů úměrnosti

v rovnováze a i na konci měření byla stále v termosce směs ledu a vody. V případě bodu varu vody se musíme spolehnout na dostatečnou přesnost vzorce 1, teplota mohla být rovněž ovlivněna faktem, že se při zahřívání vody v baňce zahřívá i samotná baňka, která může sondy dodatečně ohřívat. Teplota tuhnutí cínu je závislá na jeho čistotě, která lze vidět v grafu 2 a 4, kde hodnoty ε a R nejsou při fázové přeměně zcela konstantní a z [1] se tak zdá, že cín nebyl zcela čistý.

Zároveň lze ovšem z posledních dvou grafů vidět dobrou shodu (v rámci nejistoty měření) mezi hodnotami teploty určenými Pt sondou a termočlánkem. Největší rozdíl hodnot vidíme v případech velké změny teploty, který může být zapříčiněn rozdílnou distribucí tepla k termočlánku a sondě a samozřejmě faktem, že sonda i termočlánek jsou kalibrovány na teploty, které při měření byly v čase konstantní.

Určené kalibrační koeficienty pro Pt sondu můžeme porovnat s hodnotami z [2]: $R_0 = 100 \Omega$, $A = 3,9083 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $B = -5,775 \cdot 10^{-7} \text{ }^\circ\text{C}^{-2}$, které se liší od hodnot učených měřením. Příčinou je nejspíš odlišný odpor R_0 , na základě jehož jsou jednotlivé Pt sondy charakterizovány (jako Pt100, Pt200, atd.) a jehož odlišnost se promítla i do všech ostatních hodnot. Je však nepravděpodobné, že by se jednalo o chybu měření R_0 , neboť i ostatní hodnoty odporu při vyšších teplotách byly úměrně posunuty od hodnot v[2], a je tak pravděpodobné, že použitá sonda nebyla standardní.

5 Závěr

Určené kalibrační koeficienty pro termočlánek měď²–konstantan a platinovou odporovou sondu jsou:

$$\begin{aligned} a &= (2,4 \pm 2,0) \cdot 10^{-6} \text{ V} \\ b &= (4,286 \pm 0,021) \cdot 10^{-5} \text{ V K}^{-1} \\ c &= (1,58 \pm 0,11) \cdot 10^{-8} \text{ V K}^{-2} \\ R_0 &= (104,7 \pm 0,3) \Omega \\ A &= (3,788 \pm 0,057) \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \\ B &= (-1,5 \pm 2,1) \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-2} \end{aligned}$$

Literatura

- [1] *Studijní text k základnímu fyzikálnímu praktiku I, úloha VIII* [online]. KVOF MFF UK [cit. 2018-03-03]. Dostupné z: http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_108.pdf
- [2] *Relation Temperature vs. Resistance According to IEC751 / ITS-90* [online]. Konsberg Maritime AS [cit. 2018-03-09]. Dostupné z: <https://goo.gl/4ob4CT>
- [3] ENGLICH, Jiří. *Úvod do praktické fyziky*. Praha: Matfyzpress, 2006, s. 91–97. ISBN 80-86732-93-2.