

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM ...

Úloha č.

Název:

Pracoval: stud. skup. dne

Odevzdal dne:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 – 5	
Teoretická část	0 – 1	
Výsledky měření	0 – 8	
Diskuse výsledků	0 – 4	
Závěr	0 – 1	
Seznam použité literatury	0 – 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval: dne

Pracovní úkoly

1. Určete závislost povrchového napětí σ na objemové koncentraci c roztoku etylalkoholu ve vodě odtrhávací metodou
2. Sestrojte graf této závislosti

1 Teoretická část

Povrchové napětí σ je definováno jako síla působící v povrchu kapaliny kolmo na jednotku délky. Pro úsečku délky l , na kterou v povrchu působí z obou stran síla F , pak platí:

$$\sigma = \frac{F}{l} \quad (1)$$

Napětí měříme metodou odtrhávací za použití dostatečně tenkého drátku z materiálu, který kapalina nesmáčí. Vytahováním drátku z kapaliny na něm ulpívá blanka, která drží drátek silou:

$$2F = 2\sigma l \quad (2)$$

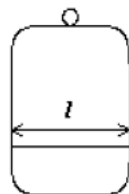
Při měření zpravidla realizujeme pomocí *torzních vah* sílu P a jejím zvětšováním vytahujeme drátek z kapaliny. V okamžiku, kdy síla P dosáhne hodnoty $2F$ blanka se přetrhne a změříme sílu P_0 . Síla P_0 je v našem případě rovna $2F$ a platí:

$$\sigma = \frac{P_0}{2l} \quad (3)$$

Více viz. [?, str. 150-152]

Postup měření je následující: Na pravé rameno *torzních vah* speciálně upravených pro měření povrchového napětí zavěsíme rámeček s upevněným drátkem (obr. ??). Pomocí pohyblivého podstavce pod kádinkou drátek ponoříme do testovaného roztoku. Pak zavěšováním přivažků na levé rameno vah a následným otáčením torzního vlákna vyvážíme drátek vznášející se těsně pod hladinou kapaliny tak, aby ukazatel torzních vah zůstal v rovnováze. Ze stupnice na vahách poté odečteme hodnotu síly P_1 (v našem případě hmotnosti m_1 , P_1 je odpovídající tíhová síla) k tomu potřebné. Sílu navyšujeme dokud se blanka nepřetrhne. V té chvíli odečteme sílu P_2 (hmotnost m_2) a hledanou P_0 získáme jako:

$$P_0 = P_2 - P_1 \quad (4)$$



Obr. 1: Rámeček s drátkem

Pro naše měření ještě zavedeme hmotnost m_0 :

$$m_0 = m_2 - m_1 \quad (5)$$

$$P_0 = m_0 g \quad (6)$$

kde g je tíhové zrychlení. Můžeme použít přesnější vztah k určení povrchového napětí s korekcí na tloušťku drátku [?]:

$$\sigma_k = \frac{P_0}{2l} - r \left(\sqrt{\frac{P_0 \rho g}{l}} - \frac{P_0}{l^2} \right) \quad (7)$$

kde r je poloměr drátku a ρ je hustota kapaliny.

Pro přípravu roztoků ethylalkoholu různých koncentrací c využíváme kádinky a pipetu, mícháme vždy potřebné množství ethylalkoholu a vody v požadovaném poměru. Hustotu ρ přibližně spočteme jako:

$$\rho = \rho_1 c + \rho_2 (1 - c) \quad (8)$$

kde ρ_1 a ρ_2 jsou hustoty míchaných kapalin. V našem případě šlo o roztok o objemu 20 ml. Od 50 procentní koncentrace doplňujeme polovinu právě použitého roztoku vodou. Při měření zjišťujeme i teplotu vzorku ve snaze zachovat stálou teplotu roztoků.

Pro potřeby diskuse výsledků zmiňme ještě takové pojmy jako molární množství n , molární hmotnost m_M , příp. molární objem V_M . Molární hmotnost látek můžeme určit z jejich chem. složení za pomoci standartní periodické tabulky prvků (např. [?]) a platí:

$$n = \frac{m}{m_M} = \frac{V}{V_M} \quad (9)$$

$$m_M = \rho V_M \quad (10)$$

Použité přístroje

Torzní váhy Torzní váhy slouží k měření nejmenších sil, jejichž velikost se zjišťuje podle stočení torzního vlákna. To je z jedné strany připevněno k pevné desce, z druhé na otočný knoflík s ukazatelem na stupnici. Uprostřed se nachází vahadlo se dvěma rameny na zavěšení zkoumaného předmětu, popř. vyvažujících závaží, a ukazatelem proti značce pro určení rovnováhy. Po zavěšení předmětu a případných přivažků otáčíme knoflíkem, dokud nedojde k rovnováze. Pak můžeme ze stupnice odečíst potřebnou sílu či hmotnost více viz. [?, str. 88-89]. Použité váhy byly opatřeny miligramovou stupnicí se schopností spojitě vyvážit síly do tíhy závaží o hmotnosti 500 mg, maximální chyba měření $\Delta m = 1$ mg.

Mikrometr Přesnost použitého mikrometru pro změření průměru drátku je $\Delta d = 0.01$ mm.

Posuvné měřítko Přesnost posuvného měřítka s noniem pro změření délky drátku: $\Delta l = 0.02$ mm.

Elektronické váhy Pro potřeby úlohy je ještě třeba zjistit hmotnost rámečku a přivažků, označme M_{ram} a M_p . Přesnost elektronických vah: $\Delta M = 0.5$ mg

2 Výsledky měření

Použité tabulkové hodnoty [?]

Tíhové zrychlení	$g = 9.81 m \cdot s^{-2}$	
Hustota vody	$\rho_{H_2O} = 998 kg \cdot m^{-3}$	Uvedené hustoty jsou při teplotě 20°C
Hustota ethylalkoholu	$\rho_{ethanol} = 789 kg \cdot m^{-3}$	

Měřením na torzních vahách získáme hodnoty m_1 a m_2 , podle (5) a (6) dopočteme odpovídající P_0 (maximální chyba m_0 je $\Delta m_0 = 2\Delta m = 2$ mg, z toho pak max. chybu P_0). Použitím (3) nebo lépe (7) a střední hodnoty P_0 přímo vyjádříme hledané povrchové napětí σ .

Naměřené hodnoty

Délka drátu	$l = (21.00 \pm 0.02) mm$
Průměr drátu	$d = (0.61 \pm 0.01) mm$
Hmotnost rámečku	$M_{ram} = (305.0 \pm 0.5) mg$
Hmotnost přívazků	$M_p = (189.6 \pm 0.5) mg$

Voda (ethylalkohol 0 %), $t = 23^\circ C$

č. měření	$m_1 [mg]$	$m_2 [mg]$	$m_0 [mg]$	$P_0 [10^{-3} N]$
1	110	426	316	3.010
2	112	428	316	3.010
3	112	424	312	3.061
4	117	431	314	3.080
5	111	437	326	3.198

Ethylalkohol 100 %, $t = 23^\circ C$

č. měření	$m_1 [mg]$	$m_2 [mg]$	$m_0 [mg]$	$P_0 [10^{-3} N]$
1	104	231	127	1.246
2	105	227	122	1.197
3	111	236	125	1.226
4	109	236	127	1.246
5	109	235	126	1.236

Ethylalkohol 75 %, $t = 22^\circ C$

č. měření	$m_1 [mg]$	$m_2 [mg]$	$m_0 [mg]$	$P_0 [10^{-3} N]$
1	107	243	136	1.334
2	108	242	134	1.315
3	107	244	137	1.344
4	110	250	140	1.373
5	110	246	136	1.334

Ethylalkohol 50 %, $t = 26^\circ C$

č. měření	$m_1 [mg]$	$m_2 [mg]$	$m_0 [mg]$	$P_0 [10^{-3} N]$
1	110	258	148	1.452
2	111	258	147	1.442
3	110	257	147	1.442
4	112	258	146	1.432
5	110	259	149	1.462

Ethylalkohol 25 %, $t = 25^\circ C$

č. měření	$m_1 [mg]$	$m_2 [mg]$	$m_0 [mg]$	$P_0 [10^{-3} N]$
1	113	302	189	1.854
2	114	302	188	1.844
3	114	303	189	1.854
4	115	302	187	1.834
5	116	301	185	1.815

Ethylalkohol 12.5 %, $t = 24^\circ C$

č. měření	$m_1 [mg]$	$m_2 [mg]$	$m_0 [mg]$	$P_0 [10^{-3} N]$
1	114	354	240	2.354
2	116	356	240	2.354
3	117	357	240	2.354
4	118	353	235	2.305
5	117	355	238	2.335

Ethylalkohol 6.25 %, $t = 24^\circ C$

č. měření	$m_1 [mg]$	$m_2 [mg]$	$m_0 [mg]$	$P_0 [10^{-3} N]$
1	117	394	277	2.717
2	117	396	279	2.737
3	118	394	276	2.708
4	119	402	283	2.776
5	119	403	284	2.786

Voda (podruhé), $t = 24^\circ C$

č. měření	$m_1 [mg]$	$m_2 [mg]$	$m_0 [mg]$	$P_0 [10^{-3} N]$
1	115	411	296	2.904
2	115	408	293	2.874
3	116	407	291	2.855
4	117	411	294	2.884
5	118	413	295	2.894

Tabulka 1: Naměřené hodnoty m_1 a m_2 , jim odpovídající m_0 a spočtená P_0

Ze získaných hodnot a odhadnutých přesností měření spočteme pravděpodobnou chybu P_0 , následně i chybu σ z přesností l a d . Při použití (3) chybu σ spočítáme standartně:

$$\Delta\sigma = \sqrt{\left(\frac{\partial\sigma}{\partial P_0} \Delta P_0\right)^2 + \left(\frac{\partial\sigma}{\partial l} \Delta l\right)^2} \quad (11)$$

Při korekci podle (7) je to složitější díky hustotě, která ve vztahu vystupuje. Pro jednoduchost ale předpokládejme, že tato chyba je vůči ostatním zanedbatelná. (7) pouze upravíme a za r dosadíme $\frac{d}{2}$. Chybu počítáme obdobně jako (11). Při zanedbávání archimedovského vztaku stačí za m_1 dosadit $M_{ram} - M_p = 115$ mg.

$c[\%]$	$\rho[\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}]$	$\sigma[10^{-3}\text{N}\cdot\text{m}^{-1}]$	$\sigma_k[10^{-3}\text{N}\cdot\text{m}^{-1}]$ (s použitím korekčního vztahu (7))
0 (H_2O)	998	74.0 ± 1.0	75.8 ± 1.1
100 ($\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$)	789	29.29 ± 0.68	29.94 ± 0.70
75	841	31.91 ± 0.70	32.61 ± 0.71
50	894	34.43 ± 0.59	35.19 ± 0.60
25	946	43.82 ± 0.64	44.82 ± 0.66
12.5	972	55.73 ± 0.70	57.03 ± 0.72
6.25	985	65.35 ± 0.84	66.91 ± 0.86
0 (H_2O podruhé)	998	68.62 ± 0.67	70.26 ± 0.69

Tabulka 2: Souhrnné výsledné hodnoty σ a σ_k při použití korekce (7)

Zpracování závislosti

Při vypracovávání grafu a hledání závislosti mezi koncentrací roztoku a povrchovým napětím používám hodnoty σ_k , tedy ty se zahrnutou korekcí. Jak ilustruje obr. ??, při zlogaritmování c (a vynechání hodnot pro nulové koncentrace) dostáváme jednoduchou lineární závislost vyjádřenou obecnou rovnicí (v oboru konc. pod 5 % je tato úvaha nesprávná, tam závislost očividně není lineární a nelze se jí takto přiblížit, v logaritmovaných konc. se přímiká (předpokládám) k asymptotě, viz. diskuse) :

$$\sigma = A \ln c + B \quad (12)$$

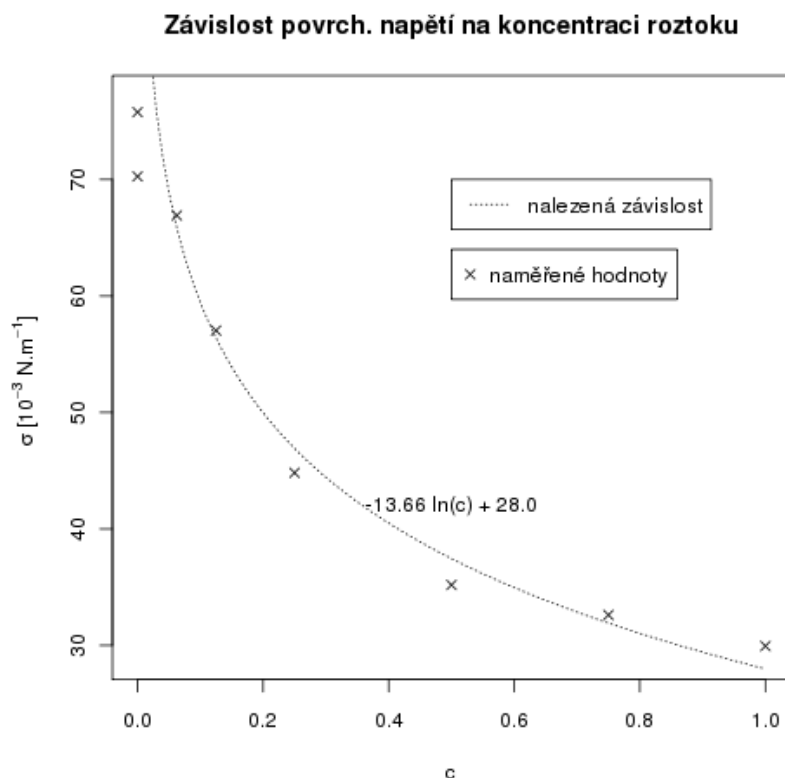
Z rovnice (12) zjistíme konstanty A a B lineární regresí:

$$A = (-13.66 \pm 0.81)\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$$

$$B = (28.0 \pm 1.3)\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$$

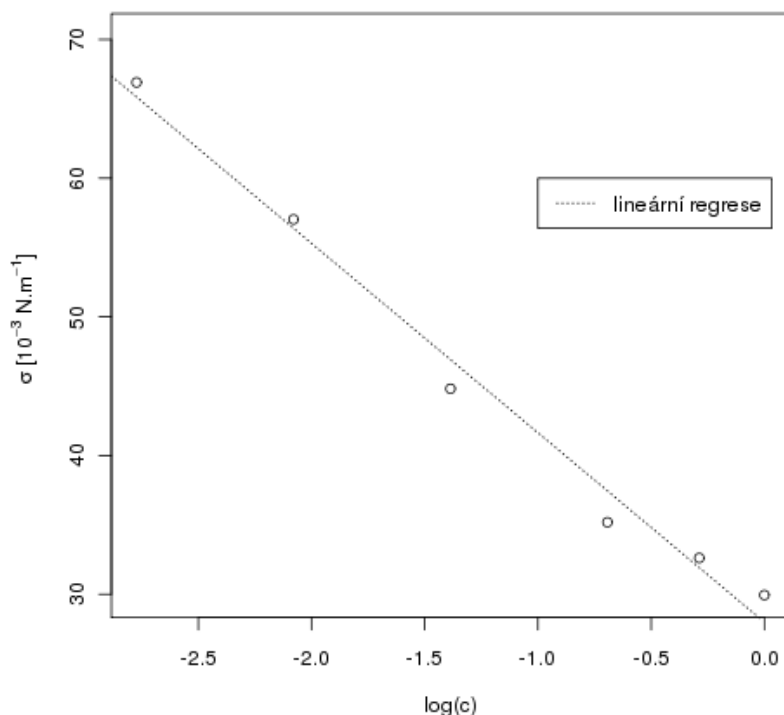
Konstantu B identifikujeme jako povrchové napětí čistého ethylalkoholu σ_1 a závislost vyjádříme:

$$\sigma = \sigma_1 - \ln c \cdot 13.66\text{N}\cdot\text{m}^{-1} \quad (13)$$



Obr. 2: Graf závislosti povrchového napětí σ na koncentraci roztoku c

Logaritmovaná závislost povrch. napětí na koncentraci



Obr. 3: Graf závislosti σ na logaritmovaných hodnotách c

3 Diskuse výsledků

Tabulky [?] uvádějí povrchové napětí vody $73.0 \times 10^{-3} N \cdot m^{-1}$ a ethylalkoholu $22.0 \times 10^{-3} N \cdot m^{-1}$ při teplotě $20^\circ C$. Naměřené hodnoty pro ethanol jsou větší než tabelované, které ani neleží v intervalu chyby měření. Největší vliv na výsledek má nejspíš znečištění rámečku s drátkem (ačkoli s ním bylo manipulováno pouze pinzetou), jak je krásně vidět porovnáním výsledků prvního a druhého měření pro vzorek vody, která byla provedena před a po měření roztoků ethanolu. Louhování rámečku v lihu ho zbavilo nečistot a výsledek posledního měření je výrazně odlišný. Když přičteme závislost povrchového napětí na teplotě, neboť vzorek měl teplotu $24^\circ C$ (viz. tab. ??), [?, str. 151] uvádí povrchové napětí vody $72.0 \times 10^{-3} N \cdot m^{-1}$ při $25^\circ C$, což se vejde do intervalu třech směr. odchylek naměřené hodnoty. Je tedy možné, že se čísla během měření, čím dál tím více přibližují skutečným hodnotám (vlivem očišťování rámečku), i přes počáteční chybu.

Mezi další zdroje systematické chyby patří nepřesně stanovená koncentrace roztoku, jejíž odchylka se k tomu s každým dalším měřením zvyšuje, protože mícháme již použitý roztok. Navíc stejně jako rámeček bývá znečištěná i kádinka, ačkoli jsem ji před měřením důkladně omyl, její osušování je doprovázeno rizikem zanesení buničiny. Dále pak samozřejmě samotná voda nemusela být ideálně destilována, jak se předpokládá (nebyla v tomto směru nijak testována před použitím). Přítomnost iontů podstatně ovlivňuje povrchové napětí kapaliny. Při zanedbávání archimedovského vztlaku se hodnoty od naměřených liší nejvíce při vysokých koncentracích ethylalkoholu, zatímco pro 25 % a 12.5 % roztoky jsou obdobné.

Nalezená závislost je v dobré shodě s naměřenými hodnotami pro koncentrace cca od 5 % výše. Zásadním nedostatkem je její chování pro velmi malé koncentrace, neboť povrchové napětí takových roztoků samozřejmě neroste do nekonečna, ale přibližuje se hodnotě σ_0 (povrchové napětí vody). Proto je možná lepším kandidátem nějaký druh exponenciální závislosti, které si člověk také od pohledu nejdříve všimne. Další variantou je, že se závislost povrchového napětí okolo nulových koncentrací mění a opouští hlavní trend. Nalezená rovnice (13) je však svou logaritmickou závislostí velice podobná tzv. Szyszkowského rovnici popisující koncentrační závislost povrchového napětí vodných roztoků organických látek (viz. [?]):

$$\sigma_0 - \sigma = a \cdot \ln(1 + b \cdot \eta) \quad (14)$$

kde a a b jsou konstanty látky, σ_0 je povrchové napětí čistého rozpouštědla a η je molární koncentrace rozpouštěné látky v mol.dm^{-3} , kterou však snadno získáme z koncentrace c pomocí (9) a (10):

$$\eta = \frac{n}{V} = \frac{\frac{cV}{V_M}}{V} = \frac{c}{V_M} = \frac{c\rho_{lih}}{m_M} \quad (15)$$

Poslední možností, jak se přiblížit naměřeným výsledkům, je logaritmovat hodnoty c i σ , kdy taktéž pozorujeme lin. závislost a následně opět řešíme lineární regresi pro rovnici:

$$\ln\sigma = A \cdot \ln c + B \quad (16)$$

Při tomto postupu je relativní chyba při určování konstant menší (konkrétně pro A je chyba 2x menší, pro B 10x). Pro zajímavost vychází:

$$\sigma = e^B \cdot c^A = e^{3.389} \cdot c^{-0.299} \quad (17)$$

kde e^B opět identifikujeme jako σ_1 povrchové napětí čistého lihu. Se špetkou "citu" nalézáme vcelku triviální vztah (18), který stejně dobře jako (13) odpovídá naměřeným hodnotám pro vyšší koncentrace. Zpracována byla však předně dříve zmíněná varianta.

$$\sigma = \frac{\sigma_1}{\sqrt[3]{c}} \quad (18)$$

4 Závěr

Povrchové napětí vody $\sigma_{H_2O} = (70.26 \pm 0.69) \times 10^{-3} \text{ N.m}^{-1}$ a ethylalkoholu $\sigma_{lih} = (29.94 \pm 0.70) \times 10^{-3} \text{ N.m}^{-1}$. Výsledky pro různé koncentrace shrnuje tabulka ??, vše bylo naměřeno pro teplotu okolo 24°C (teplota okolního vzduchu). Závislost povrchového napětí na koncentraci ilustrují grafy na obr. ?? a obr. ?. Nalezená závislost je logaritmická, ale pro velice malé koncentrace nesprávná, tedy zřejmě je vhodnější nějaká exponenciálního druhu.

5 Literatura

Použitá literatura

- [1] J. Brož a kol.: Základy fyzikálních měření I, SPN, Praha 1983
- [2] Studijní text, IV Určení závislosti povrchového..., <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/>
- [3] J. Mikulčák a kol: Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro střední školy, SPN, Praha 1989
- [4] http://vydavatelstvi.vscht.cz/knihy/uid_es-001/hesla/szyszkowskeho_rovnice.html, VŠCHT