

UNIVERZITA KARLOVA V PRAZE

ZÁKLADNÍ FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM I.
PRO OBOR OBECNÁ FYZIKA

**IV. Závislost povrchového napätia
na koncentrácii povrchovo
aktívnej látky**

Autor:
Samuel Kočiščák

23. marca 2016

1 Pracovné úlohy

1. Určite závislosť povrchového napätia σ na objemovej koncentrácii c roztoku etylalkoholu vo vode odtrhávacou metódou.
2. Zostrojte graf tejto závislosti.

2 Teoretická časť

2.1 Povrchové napätie

Povrchové napätie σ je^[St] sila pôsobiaca kolmo na jednotkovú dĺžku myšlieného rezu povrchom látky ležiaca v rovine dotyčnej k povrchu látky v mieste rezu. Povrchové napätie je znateľné hlavne pri kvapalinách a závisí okrem samotnej kvapaliny aj na plyne obklopujúcom kvapalinu, čistote kvapaliny a teplote kvapaliny. Prímesné látky znižujúce povrchové napätie nazývame povrchovo aktívnymi látkami.

Z definície možno povrchové napätie merať odtrhávacou metódou, pri ktorej je tenký rovný drát vyťahovaný z kvapaliny. Ak platí, že hrúbka drátu $2r$ je oveľa menšia, ako jeho dĺžka l , tak platí vzťah:

$$\sigma = \frac{P_0}{2l}, \quad (1)$$

kde P_0 je sila potrebná na odtrhnutie drátu od povrchu kvapaliny. Ak vezmeme do úvahy aj hrúbku drátu, vieme pomocou Lenardovho vzťahu^[Fy] vypočítať presnejšiu hodnotu povrchového napätia:

$$\sigma_x = \frac{P_0}{2l} - r \left(\sqrt{\frac{P_0 \rho g}{l}} - \frac{P_0}{l^2} \right), \quad (2)$$

kde ρ je hustota kvapaliny a g je, samozrejme, miestne tiažové zrýchlenie. Tento vzťah budeme pri spracovaní používať.

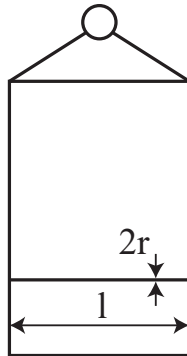
2.2 Meranie

Na torzných váhach sme pridávaním hmotnosti merali hmotnosť, akú hladina urdží $m_2 = \frac{P_2}{g}$ a hmotnosť potrebnú na udržanie ponoreného rámika v pokoji podľa návodu^[St] $m_1 = \frac{P_1}{g}$. Rozdiel týchto dvoch hmotností je potom

$$m_0 = \frac{P_0}{g}, \quad (3)$$

Hustotu ρ všetkých roztokov sme merali pomocou pyknometra a na laboratórnej váhe s presnosťou 5 mg. Dĺžku l (podľa obrázka 1) sme merali posuvným meradlom s presnosťou 0,1 mm a priemer $2r$ rámika sme merali mikrometrom s presnosťou 0,01 mm. Roztoky rôznej koncentrácie sme pripravovali pyknometrom - začali sme s čistým etylalkoholom a každý ďalší roztok mal polovičnú koncentráciu oproti predošlému, teda všetky roztoky (okrem čistej vody) majú koncentráciu $\frac{1}{2^n}$, kde n je počet

riedení roztoku. Keďže všeobecne (a pri zmesi vody a etanolu aj konkrétne) neplatí $V_{zmes} = \sum V_{zlozky}$, definícia objemovej koncentrácie môže byť sporná. Pri meraní sme za objemovú koncentráciu i -tej zložky považovali pomer $V_i : V_{zlozky}$.



Obr. 1: Ponáraný rámik

2.3 Chyba vztlaku

Ak by sme ako hodnotu P_1 použili mg , kde m je hmotnosť rámika, dopustili by sme sa chyby, ktorá zodpovedá vztlakovej sile v momente odtrhnutia, teda je úmerná objemu ponorenej časti rámika v momente odtrhnutia. Ak naopak použijeme ako P_1 hodnotu, ktorú sme namerali torznými váhami pre ponorený rámik (drát tesne pod hladinou), tak sa dopúšťame chyby, ktorá je úmerná rozdielu vztlaku pôsobiaceho na ponorený rámik a na rámik tesne pred odtrhnutím. Presné veľkosti ťažko kvantifikovať a menia sa so zmenou koncentrácie, ale máme subjektívne odpozorované, že zmena ponoreného objemu je bezpečne menšia, ako ponorený objem pred vytrhnutím, teda, že ponorený objem sa v procese vyťahovania zmenší o zjavne menej ako polovicu a teda je presnejšie použiť P_1 ako v postupe^[St].

2.4 Teplota roztoku

Zmiešavanie etanolu a vody je exotermická reakcia, čo okrem iného svisí s tým, že objem zmesi etanolu a vody je menší, ako súčet objemov zložiek. Problém je to zložitý a teraz nie je potrebné sa mu venovať inak ako empiricky. Keďže povrchové napätie sa všeobecne mení s teplotou roztoku, pri meraní sme potrebovali udržať teplotu roztoku aspoň zhruba konštantnú. Na chladenie kadičky s roztokom sme použili vodnú kúpeľ, ktorej teplota bola približne 24°C a v priebehu sa príliš nemenila, keďže množstvo vody v nej bolo značné a malo oveľa väčšiu tepelnú kapacitu, ako kadička s roztokom.

3 Výsledky merania

Teplota v laboratóriu bola nekonštantná, keďže sme striedavo vetrali a nevetrali, pohybovala sa od 22°C do 28°C. Vetráním a prítomnosťou množstva ľudí sme menili relatívnu vlhkosť, ktorá sa pohybovala okolo 28%. Ani teplota ani vlhkosť sa nemerili natoľko, aby mali citeľný vplyv na meranie, keďže roztok bol väčšinu času zavretý vo váhah a má veľkú tepelnú kapacitu.

Hmotnosť rámy je $m_r = 0,310 \pm 0,001\text{g}$ a hmotnosť prívažkov je $m_p = 0,250 \pm 0,001\text{g}$. Obidve hmotnosti boli merané na váhe s presnosťou o rád vyššou, teda pri tejto cieľovej presnosti nebolo meranie potrebné opakovať. Takisto hmotnosti pyknometrov boli merané na tejto váhe, pričom pri nich sa obmedzíme na presnosť 0,01g.

V tabuľke 1 vidno namerané hmotnosti prázdneho pyknometra a pyknometra plného roztoku s istou koncentráciou a z týchto údajov dopyčítané hustoty jednotlivých roztokov. Hmotnosť prázdneho pyknometra bola $m_p = 21,46 \pm 0,006\text{g}$, v tabuľke vidno rozdiely hmotností plného a prázdneho pyknometra, odtiaľ dvojnásobná chyba určenia hmotnosti.

Tabuľka 1: Hustota roztokov

c [%]	m [g]	σ_m [g]	V [ml]	ρ [$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$]	σ_ρ [$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$]
100	19,88	0,01	25	795,2	0,5
50	22,83	0,01	25	913,2	0,5
25	23,91	0,01	25	956,4	0,5
12,5	24,30	0,01	25	972,0	0,5
6,25	24,55	0,01	25	982,0	0,5
3,13	24,66	0,01	25	986,4	0,5
1,56	24,71	0,01	25	988,4	0,5
0,78	24,75	0,01	25	990,0	0,5
0	24,80	0,01	25	992,0	0,5

Dĺžka odtrhávaneho drôtu (obrázok 1) bola (meraná posuvným meradlom) $l = 1,95 \pm 0,05\text{cm}$ a hrúbka tohto drôtu (meraná mikrometrom) bola $r = 0,295 \pm 0,005\text{mm}$.

Meranie samotnej hmotnosti m_1 a m_2 torznými váhami bolo realizované aspoň trikrát pre každú koncentráciu roztoku, avšak pri dostatočne precíznom meraní udávalo pre silu m_1 aj m_2 hodnoty vždy v rámci \pm jedného dielika, preto nebolo potrebné robiť štatistiku z týchto meraní a vystačíme si z nameranou hodnotou (typicky rovnakou naprieč všetkými 3 meraniami) a chybou váh $\pm 1\text{mg}$. V tabuľke 2 vidno namerané hmotnosti a z nich pomocou 3 vypočítané sily aj s príslušnou chybou. Za ťažové zrýchlenie v Prahe považujeme^[Wg] $g = 9,814 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$.

Tabuľka 2: Sila P_0

c [%]	m_1 [mg]	m_2 [mg]	m_0 [mg]	P_0 [mN]	σ_{P_0} [mN]
100	57	172	115	113	2
50	57	192	135	132	2
25	59	234	175	172	2
12,5	62	276	214	210	2
6,25	65	318	253	248	2
3,13	66	334	268	263	2
1,56	67	355	288	283	2
0,78	67	356	289	284	2
0	67	361	294	289	2

V tabuľke 3 vidno vypočítané povrchové napätie σ pomocou vzťahu 1 aj σ_X pomocou vzťahu 2. Prenos chyby pri použití 1 je zrejmy:

$$\sigma_\sigma^2 = \left(\frac{\sigma}{l}\right)^2 \sigma_l^2 + \left(\frac{\sigma}{P_0}\right)^2 \sigma_{P_0}^2, \quad (4)$$

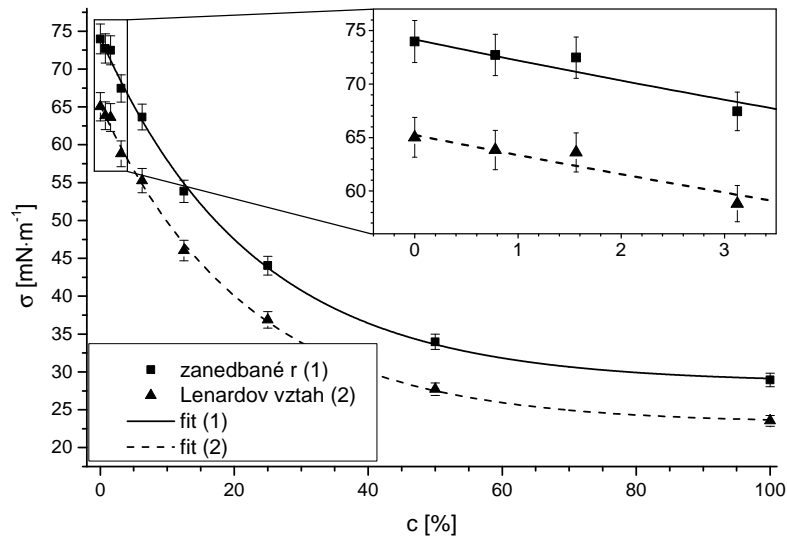
O niečo netriviálnejší je prenos chyby pri použití 2:

$$\begin{aligned} \sigma_{\sigma_X}^2 = & \left(\frac{-P_0}{2l^2} + \frac{r\sqrt{P_0\rho g}}{2l^{\frac{3}{2}}} - \frac{2rP_0}{l^3}\right)^2 \sigma_l^2 + \left(\frac{1}{2l} + \frac{r}{l^2} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{r^2\rho g}{lP_0}}\right)^2 \sigma_{P_0}^2 + \\ & + \left(\frac{P_0}{l^2} - \sqrt{\frac{P_0\rho g}{l}}\right)^2 \sigma_r^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{r^2P_0g}{l\rho}}\right)^2 \sigma_\rho^2, \quad (5) \end{aligned}$$

Tabuľka 3: Povrchové napätie

c [%]	σ [$\frac{\text{mN}}{\text{m}}$]	σ_σ [$\frac{\text{mN}}{\text{m}}$]	σ_X [$\frac{\text{mN}}{\text{m}}$]	σ_{σ_X} [$\frac{\text{mN}}{\text{m}}$]
100	28,9	0,9	23,5	0,7
50	34,0	1,0	27,7	0,8
25	44,0	1,2	36,9	1,1
12,5	53,8	1,5	46,0	1,3
6,25	63,7	1,7	55,3	1,6
3,13	67,4	1,8	58,8	1,7
1,56	72,5	1,9	63,6	1,8
0,78	72,7	1,9	63,8	1,8
0	74,0	2,0	65,0	1,9

Z tabulky 3 vidno, že pri použití Lenardovho vzťahu (2) je výsledné určené povrchové napätie signifikantne nižšie, ako pri použití vzťahu (1). Vrátime sa k tomu v diskusii. V grafe na obrázku 2 vidno obidve závislosti.



Obr. 2: Graf závislosti $\sigma_m = f(c)$

Hodnoty série (1) aj (2) sú fitované funkciou:

$$y = a + bc^x, \quad (6)$$

V tabulke 4 vidno nafitované hodnoty koeficientov a , b a c a ich štandardné odchýlky.

Tabuľka 4: Koeficienty fitu

	a	b	c	σ_a	σ_b	σ_c
séria (1)	28,6	45,6	0,957	0,4	0,6	0,002
séria (2)	23,2	42,0	0,955	0,4	0,5	0,002

4 Diskusia výsledkov

Rozdiel medzi hodnotami σ určenými pomocou vzťahu 1 a hodnotami σ_X určenými pomocou Lenardovho vzťahu 2 je zreteľný. Hodnoty (2) sú v tomto prípade dôveryhodnejšie, keďže vychádzajú z presnejšej teórie a majú bližšie k tabuľkovým^[Zfm] hodnotám: $\sigma_{talukov}(c = 0\%) = 72,9 \frac{\text{mN}}{\text{m}}$ a $\sigma_{talukov}(c = 100\%) = 22 \frac{\text{mN}}{\text{m}}$.

V tomto prípade by oponent mohol namietaf, že hodnota $\sigma(c = 0\%)$ určená pomocou vzťahu (1) má k tabuľkovej hodnote bližšie, no treba mať na zreteli jednak to, že teplota v laboratóriu bola vyššia, než 18 °C, pri ktorej platia tabuľkové hodnoty (a povrchové napätie s teplotou stúpa) a jednak to, že voda je náchylnejšia na kontamináciu povrchovo aktívnou látkou, než etanol na kontamináciu vodou (čo vychádza z toho, že $\frac{d\sigma}{dc}$ má v okolí $c = 100\%$ oveľa menšiu hodnotu, ako v okolí $c = 0\%$), teda je lepšie riadiť sa koreláciou určenej hodnoty povrchového napätia s tabuľkovou hodnotou pre etanol, a tá hrá jednoznačne v prospech Lenardovho vzťahu.

Naviac, keby sa nám podarilo zohľadniť rozdiel vztlaku pôsobiaceho na ponorený a čiastočne vynorený rámik, výsledné hodnoty povrchového napätia by mierne poklesly, čím by sme pravdepodobne dosiahli ešte presvedčivejšiu zhodu s tabuľkovou hodnotou povrchového napätia čistého etanolu.

Keďže, ako sme si povedali v úvode, povrchové napätie je všeobecne funkciou teploty roztoku, roztok sme nechali chladnúť v kúpeľ, kým jeho teplota neklesla pod 25 °C. Samozrejme, ideálne by bolo nechať ho chladnúť, kým sa jeho teplota nezrovná s teplotou okolia (ktorá kvôli vetraniu v miestnosti nebola konštantná) alebo roztoku, avšak z časových dôvodov sme sa uspokojili s teplotou pod 25 °C. Keďže koeficient teplotnej závislosti povrchového napätia vody je veľmi malý, meranie sme nijak nenarušili, chyba spôsobená neistotou teploty je rádovo menšia, ako chyba spôsobená napríklad nepresnosťou určenia parametrov rámika. Na overenie, či má skúmaný roztok správnu teplotu sme používali liehový teplomer s presnosťou 1 °C.

Priestor na spresnenie sa ponúka hlavne pri určení hrúbky drôtu a jeho dĺžky, naopak nepresnosť hustoty roztoku sa na výslednej chybe podieľa minimálne.

5 Záver

Podarilo sa nám určiť hodnoty povrchového napätia čistej vody na

$$\sigma_X(c = 0\%) = 65 \frac{\text{mN}}{\text{m}}$$

s pravdepodobnou chybou $1,3 \frac{\text{mN}}{\text{m}}$ a povrchového napätia etanolu

$$\sigma_X(c = 100\%) = 23,5 \frac{\text{mN}}{\text{m}}$$

s pravdepodobnou chybou $0,5 \frac{\text{mN}}{\text{m}}$ a priebeh závislosti ako exponenciálnu funkciu.

6 Zoznam použitej literatúry

- [St] Kolektív ZFP KVOF MFF UK. *Študijný text k meraniu: Určenie závislosti povrchového napätia na koncentrácii povrchovo aktívnej látky*. [cit. 2016-18-03]. URL: <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_104.pdf>.
- [Fy] HORÁK, Z., KRUPKA, F. *Fyzika*. Praha: SNTL, 1981. kap. 2.8.4
- [Wg] Kolektív WIKIMEDIA project. *Wikipedie: Tíhové zrýchlenie* [cit. 2016-05-3]. URL: <https://cs.wikipedia.org/wiki/T%C3%ADhov%C3%A9_zrychlen%C3%AD>.
- [Zfm] BROŽ, Jaromír et al. 1983. *Základy fyzikálních měření (I)*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1983. s. 151.