Seminární úloha 2.1. Martin Hanák

- Pro rovnoměrný pohyb po kružnici o poloměru A platí, že pravděpodobnost výskytu uvažovaného bodu je dána funkcí $p(\varphi) = \text{konst.}$
- Uvažujeme interval $\varphi \in \langle 0, \pi \rangle$
- Musí platit: $\int_0^{\pi} p(\varphi)\,d\varphi = 1 \quad \Rightarrow \quad p(\varphi) = \frac{1}{\pi}$

- Pro matematické kyvadlo platí transformace proměnných:

$$x = A.\cos\varphi \qquad \varphi = \arccos\left(\frac{x}{A}\right) \quad d\varphi = \frac{(-1)}{A}\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{A}\right)^2}}dx$$

- Potom:

$$p(\varphi)\,d\varphi = \frac{1}{\pi}\cdot\frac{(-1)}{A\cdot\sqrt{1-\left(\frac{x}{A}\right)^2}}dx = -p(x)dx$$

a tedy:

$$p(x) = \frac{1}{\pi\cdot A}\cdot\left[1-\left(\frac{x}{A}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}$$

Seminární úloha 2.2.

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\frac{dp(x)}{dx} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\cdot\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\right)\cdot 2(x-\mu) = \frac{\mu-x}{\sigma^3\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\frac{d^2p(x)}{dx^2} = \frac{-1}{\sigma^3\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} + \frac{\mu-x}{\sigma^3\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\cdot\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\right)\cdot 2(x-\mu)$$

$$= -\frac{1}{\sigma^3\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} + \frac{(\mu-x)^2}{\sigma^5\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} = \frac{(\mu-x)^2-\sigma^2}{\sigma^5\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

- pro inflexní body: $\frac{d^2p(x)}{dx^2} = 0$

$$\frac{(\mu-x)^2-\sigma^2}{\sigma^5\sqrt{2\pi}} = 0$$

$$(\mu-x)^2-\sigma^2 = 0$$

$$(\mu-x)^2 = \sigma^2 \quad , \sigma > 0$$

$$|\mu-x| = \sigma$$

$$x = \mu \pm \sigma$$