

Seminární úlohy 9

1. Kovový vzorek má tvar disku. Měřením bylo zjištěno: průměr vzorku $d = (10.15 \pm 0.05)$ mm, tloušťka vzorku $t = (0.481 \pm 0.002)$ mm a hmotnost $m = (440 \pm 1)$ mg. Určete hustotu vzorku a její absolutní a relativní chybu. Odhadněte o jaký materiál by se mohlo jednat.

Řešení:

Hustota vzorku je $\rho = \frac{4m}{\pi d^2 t}$. Po dosazení naměřených hodnot dostáváme 11.305 g cm^{-3} .

Chybu hustoty spočítáme metodou přenosu chyb $\sigma_\rho^2 = \left(\frac{\partial \rho}{\partial m}\right)^2 \sigma_m^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial d}\right)^2 \sigma_d^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right)^2 \sigma_t^2$.

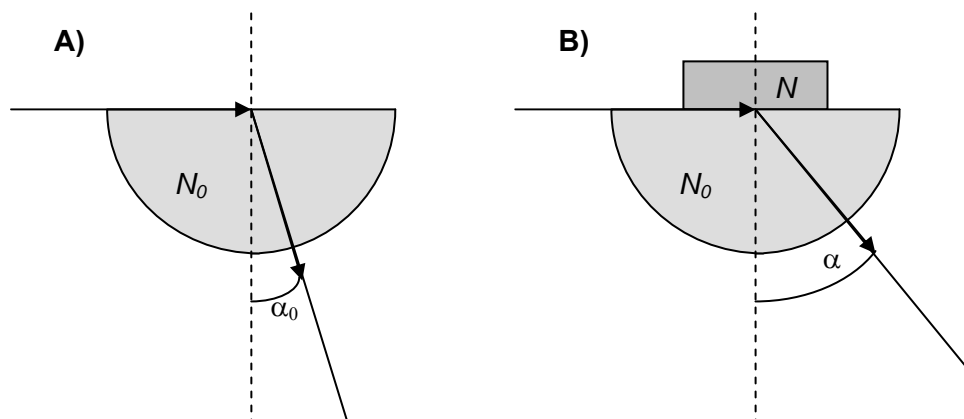
Protože se jedná o součin a podíl jednotlivých proměnných, platí pro relativní chybu hustoty

$$\frac{\sigma_\rho^2}{\rho^2} = \frac{\sigma_m^2}{m^2} + 4 \frac{\sigma_d^2}{d^2} + \frac{\sigma_t^2}{t^2}. \text{ Po dosazení číselných hodnot dostaneme } \frac{\sigma_\rho}{\rho} = 0.0109$$

a tedy $\sigma_\rho = 0.12 \text{ g cm}^{-3}$.

Hodnota hustoty získaná měřením je tedy $\rho = (11.3 \pm 0.1) \text{ g cm}^{-3}$. Relativní chyba je 1%. Může se tedy jednat o olovo ($\rho_{\text{Pb}} = 11.340 \text{ g cm}^{-3}$)

2. Index lomu skla se měří pomocí Abbeova polokulového refraktometru užitím monochromatického světla sodíkové výbojky o vlnové délce $\lambda = 589.6 \text{ nm}$. Princip měření je znázorněn na obrázku. Nejdříve se změří index lomu N_0 skleněné polokoule (obr. A) změřením maximálního úhlu lomu α_0 (tj. úhlu lomu paprsku s úhlem dopadu 90°). Následně se na polokouli umístí měřený vzorek, jehož index lomu N chceme zjistit a provede se opět měření maximálního úhlu lomu α (obr. B). Byly naměřeny následující hodnoty $\alpha_0 = 36^\circ 10'$ a $\alpha = 59^\circ 50'$. Chyba měření úhlu činila $10'$. Určete index lomu N_0 polokoule a index lomu N měřeného vzorku pro použitou vlnovou délku. V obou případech vypočítejte absolutní a relativní chybu indexu lomu. Odhadněte z jakého druhu skla byl vyroben měřený vzorek.



Řešení:

V uspořádání A) platí $1 = N_0 \sin \alpha_0$. Index lomu polokoule tedy vypočítáme jako $N_0 = \frac{1}{\sin \alpha_0}$.

Po dosazení naměřené hodnoty úhlu α_0 dostáváme $N_0 = 1.6945$.

V uspořádání B) platí $N = N_0 \sin \alpha$.

Opět dosdíme naměřené číselné hodnoty a dostaneme $N = 1.4650$.

Chybu N_θ vypočítáme metodou přenosu chyb $\sigma_{N_\theta} = \left| \frac{dN_\theta}{d\alpha_0} \right| \sigma_{\alpha_0} = \left| \frac{\cos \alpha_0}{\sin^2 \alpha_0} \right| \sigma_{\alpha_0}$. Po dosazení číselných

hodnot dostaneme $\sigma_{N_\theta} = 0.0067$. Pozn. σ_{α_0} se musí vyjádřit v radiánech, tj. $\sigma_{\alpha_0} = 0.0029 \text{ rad}$.

Podobně chybu indexu lomu měřeného vzorku dostaneme metodou přenosu chyb

$$\sigma_N^2 = \left(\frac{\partial N}{\partial N_\theta} \right)^2 \sigma_{N_\theta}^2 + \left(\frac{\partial N}{\partial \alpha} \right)^2 \sigma_\alpha^2 = \sin^2 \alpha \sigma_{N_\theta}^2 + (N_\theta \cos \alpha)^2 \sigma_\alpha^2. \text{ Dosadíme číselné hodnoty a}$$

dostaneme $\sigma_N = 0.0063$.

Výsledek je tedy po zaokrouhlení chyb na jednu platnou číslici $N_\theta = (1.695 \pm 0.007)$ a

$N = (1.465 \pm 0.006)$. Relativní chyby jsou $\eta_{N_\theta} = 0.4 \%$ a $\eta_N = 0.4 \%$. Vzorek je vyroben patrně ze skla SIMAX, které má index lomu $N = 1.472$ (pro $\lambda = 589.6 \text{ nm}$).