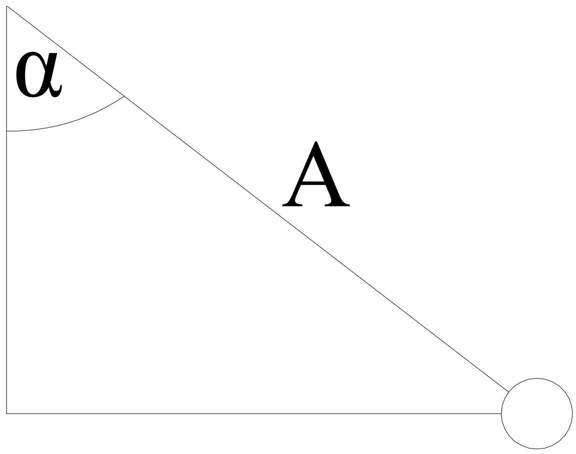
Radim Kusák
F1-X-12

Seminární práce č.3

Kyvadlo

Schéma:



Z normovací podmínky určíme konstantu, která je rovna p(α)Jelikož se úhel mění s konstantou úměrnosti (p(α)=k):

$$1=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} p(\alpha)\,d\alpha = k\cdot\pi \qquad p(\alpha)=\frac{1}{\pi}$$

Z geometrie úlohy platí:

$$\sin\alpha = \frac{x}{A} \qquad \alpha = \arcsin\left(\frac{x}{A}\right)$$

Odtud vztah pro $d\alpha$:

$$d\alpha = \frac{1}{\sqrt{A^2 - x^2}}dx$$

Z rovnosti:

$$p(\alpha)d\alpha = p(x)dx$$

Dostáváme dosazením za p(α) a dα vztah:

$$\frac{1}{\pi}\frac{1}{\sqrt{A^2-x^2}}dx = p(x)dx$$

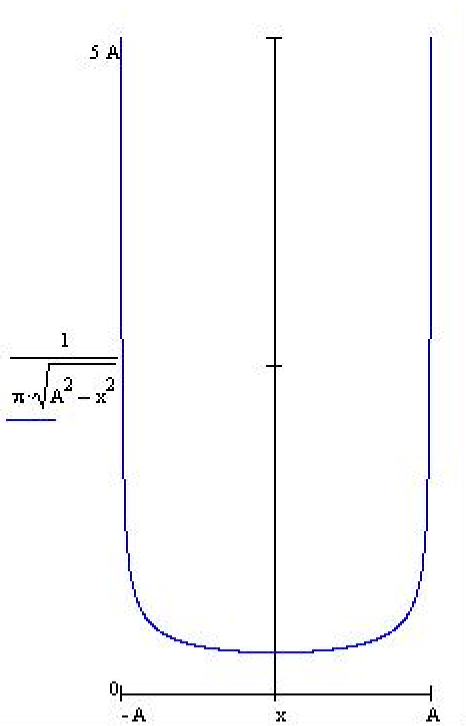
Zkrácením dx dostáváme vztah pro p(x):

$$\mathbf{p(x)=\frac{1}{\pi\sqrt{A^2-x^2}}}$$

Pro kontrolu součet pravděpodobností na intervalu <-A,A>:

$$\frac{1}{\pi}\cdot\int_{-A}^{A}\frac{1}{\sqrt{A^2-x^2}}\,dx=\frac{1}{\pi}\cdot\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{A\cdot\cos(y)}{\sqrt{A^2\cdot(1-\sin(y)^2)}}\,dy=\frac{1}{\pi}\cdot\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}1\,dy=\frac{1}{\pi}\cdot\pi=1$$

Graf:



Radim Kusák
F1-X-12

Inflexní body

Inflexní body funkce, určíme tak, že její druhou derivaci položíme rovnu 0:

$$\left[\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\right]'' = 0$$

Úpravami:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^5 e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}}\left(x^2 - 2\mu x + \mu^2 - \sigma^2\right) = 0$$

$$x^2 - 2\mu x + \mu^2 - \sigma^2 = 0$$

Odtud vztah pro x:

$$\mathbf{x = \mu \pm \sigma}$$