

# **Semestrální práce k semináři „Úvod do praktické fyziky“**

Tomáš Ibehej, skupina X-13

## Úloha č. 1 – Měření tloušťky destičky

Byly zjištěny tyto hodnoty:

Číslo měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$d$ [mm]	1,23	1,20	1,42	1,21	1,26	1,24	1,20	1,27	1,20	1,24

Výsledkem měření je aritmetický průměr změřených hodnot:

$$\tilde{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i$$

$$\tilde{d} = \frac{1}{10} (1,23 + 1,20 + 1,42 + 1,21 + 1,26 + 1,24 + 1,20 + 1,27 + 1,20 + 1,24) = 1,247 \text{ mm}$$

a) **standardní odchylka jediného měření:**

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}^* &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (d_i - \tilde{d})^2} = \sqrt{\frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (d_i - 1,247)^2} = \\ &= \frac{1}{3} \sqrt{[(-0,017)^2 + (-0,047)^2 + (0,173)^2 + (-0,037)^2 + (0,013)^2 + (-0,007)^2 \\ &\quad + (-0,047)^2 + (0,023)^2 + (-0,047)^2 + (-0,007)^2]} \approx 0,066 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\tilde{\eta}_1^* = \frac{\tilde{\sigma}^*}{\tilde{d}} \approx 5,3\%$$

b) **pravděpodobná chyba jediného měření:**

$$\tilde{g}^* = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (d_i - \tilde{d})^2} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{90} \cdot \sum_{i=1}^{10} (d_i - 1,247)^2} \approx 0,014 \text{ mm}$$

Tloušťka destičky je  $\mathbf{d = (1,247 \pm 0,066) mm}$ , relativní chyba je **5,3%**, pravděpodobná chyba je **0,014 mm**.

c) **střední kvadratická chyba aritmetického průměru:**

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{\sigma}^*}{\sqrt{n}} &= \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (d_i - \tilde{d})^2} = \frac{3}{2} \tilde{g}^* \approx 0,021 \text{ mm} \\ \tilde{\eta}_2^* &= \frac{\tilde{\sigma}^*}{\sqrt{n} \cdot \tilde{d}} \approx 1,7\% \end{aligned}$$

Tloušťka destičky je  $\mathbf{d = (1,247 \pm 0,021) mm}$ , relativní chyba je **1,7%**.

## Úloha č. 2 – Měření viskozity vody

$$d = (1,29 \pm 0,03) \text{ mm}$$

$$l = (147,4 \pm 0,1) \text{ mm}$$

$$h = (6,5 \pm 0,2) \text{ mm}$$

$$V = (100 \pm 1) \text{ ml}$$

$$\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$t_0 \approx 0,2 \text{ s}$$

### Změřené časy:

Číslo měření	1	2	3	4	5
$t$ [s]	368,34	366,4	368,58	367,02	367,3

### Střední hodnota času:

$$\tilde{t}^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 t_i = 367,528$$

### Disperze času:

$$\tilde{\sigma}_t^* = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (t_i - \tilde{t}^*)^2 = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 (t_i - 367,528)^2 = 0,83712 \text{ s}^2$$

### Disperze daná reakční dobou experimentátora:

$$\sigma_e^2 = \left( \frac{t_0}{3} \right)^2 \approx 4,4 \cdot 10^{-5} \text{ s}^2 \quad \text{Tato disperze je oproti disperzi danou nepřesností měření}$$

zanedbatelná, nebudu ji tedy zahrnovat do dalších výpočtů.

Výsledný změřený čas můžeme zapsat takto:

$$t = (367,5 \pm 0,8) \text{ s}$$

Nyní již mohu spočítat **střední hodnotu viskozity vody**:

$$\eta = \frac{\pi \rho r^4}{8 V l} = \frac{\pi \rho g}{128} \cdot \frac{h t d^4}{V l} \quad \text{a tedy}$$

$$\tilde{\eta} = \frac{\pi \rho g}{128} \cdot \frac{\tilde{h} \tilde{t} \tilde{d}^4}{\tilde{V} \tilde{l}} = \frac{\pi \cdot 1000 \cdot 9,81 \cdot 6,5 \cdot 10^{-3} \cdot 367,5 \cdot (1,29 \cdot 10^{-3})^4}{128 \cdot 0,1 \cdot 147,4 \cdot 10^{-3}} \approx 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}_\eta^{*2} &= \left( \frac{\partial \left( \frac{\pi \rho g}{128} \cdot \frac{\tilde{h} \tilde{t} \tilde{d}^4}{\tilde{V} \tilde{l}} \right)}{\partial h} \right)_{\tilde{h}, \tilde{t}, \tilde{d}, \tilde{l}, \tilde{V}}^2 \cdot \tilde{\sigma}_h^{*2} + \left( \frac{\partial \left( \frac{\pi \rho g}{128} \cdot \frac{\tilde{h} \tilde{t} \tilde{d}^4}{\tilde{V} \tilde{l}} \right)}{\partial t} \right)_{\tilde{h}, \tilde{t}, \tilde{d}, \tilde{l}, \tilde{V}}^2 \cdot \tilde{\sigma}_t^{*2} + \left( \frac{\partial \left( \frac{\pi \rho g}{128} \cdot \frac{\tilde{h} \tilde{t} \tilde{d}^4}{\tilde{V} \tilde{l}} \right)}{\partial d} \right)_{\tilde{h}, \tilde{t}, \tilde{d}, \tilde{l}, \tilde{V}}^2 \cdot \tilde{\sigma}_d^{*2} \\ &+ \left( \frac{\partial \left( \frac{\pi \rho g}{128} \cdot \frac{\tilde{h} \tilde{t} \tilde{d}^4}{\tilde{V} \tilde{l}} \right)}{\partial l} \right)_{\tilde{h}, \tilde{t}, \tilde{d}, \tilde{l}, \tilde{V}}^2 \cdot \tilde{\sigma}_l^{*2} + \left( \frac{\partial \left( \frac{\pi \rho g}{128} \cdot \frac{\tilde{h} \tilde{t} \tilde{d}^4}{\tilde{V} \tilde{l}} \right)}{\partial V} \right)_{\tilde{h}, \tilde{t}, \tilde{d}, \tilde{l}, \tilde{V}}^2 \cdot \tilde{\sigma}_V^{*2} \\ &= \left( \frac{\pi \rho g}{128 \cdot \tilde{V} \tilde{l}} \right)^2 \cdot \left[ \tilde{t}^2 \tilde{d}^8 \cdot \tilde{\sigma}_h^{*2} + \tilde{h}^2 \tilde{d}^8 \cdot \tilde{\sigma}_t^{*2} + 16 \cdot \tilde{t}^2 \tilde{h}^2 \tilde{d}^6 \cdot \tilde{\sigma}_d^{*2} + \frac{\tilde{h}^2 \tilde{t}^2 \tilde{d}^8}{\tilde{l}^2} \cdot \tilde{\sigma}_l^{*2} + \frac{\tilde{h}^2 \tilde{t}^2 \tilde{d}^8}{\tilde{V}^2} \cdot \tilde{\sigma}_V^{*2} \right]\end{aligned}$$

a tedy

$$\tilde{\sigma}_\eta^* = \left( \frac{\pi \rho g}{128 \cdot \tilde{V} \tilde{l}} \right) \cdot \sqrt{\tilde{t}^2 \tilde{d}^8 \cdot \tilde{\sigma}_h^{*2} + \tilde{h}^2 \tilde{d}^8 \cdot \tilde{\sigma}_t^{*2} + 16 \cdot \tilde{t}^2 \tilde{h}^2 \tilde{d}^6 \cdot \tilde{\sigma}_d^{*2} + \frac{\tilde{h}^2 \tilde{t}^2 \tilde{d}^8}{\tilde{l}^2} \cdot \tilde{\sigma}_l^{*2} + \frac{\tilde{h}^2 \tilde{t}^2 \tilde{d}^8}{\tilde{V}^2} \cdot \tilde{\sigma}_V^{*2}}$$

po dosazení:

$$\tilde{\sigma}_\eta^* \approx 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

**Relativní odchylka:**

$$\eta_\eta = \sqrt{\frac{\tilde{\sigma}_h^{*2}}{\tilde{h}^2} + \frac{\tilde{\sigma}_t^{*2}}{\tilde{t}^2} + 16 \cdot \frac{\tilde{\sigma}_d^{*2}}{\tilde{d}^2} + \frac{\tilde{\sigma}_V^{*2}}{\tilde{V}^2} + \frac{\tilde{\sigma}_l^{*2}}{\tilde{l}^2}} \approx 9,9\%$$

Viskozita vody je  $(1,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , relativní chyba je **9,9%**. Měření však musí obsahovat nějakou nezanedbatelnou systematickou chybu, protože hodnota dynamické viskozity pro vodu při 20°C udávaná v MF tabulkách pro střední školy je  $10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ .

### Úloha č. 3 – Určení tuhosti pružiny

Byly naměřeny tyto hodnoty:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m [g]	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
y [cm]	0	2,5	4,7	7,1	9,4	11,7	13,7	17	18,4	19,7
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
m [g]	50	55	60	70	80	90	100	110	120	130
y [cm]	22,8	25	27,1	31,3	34,8	39,9	44,5	48,5	52,9	57,3

Chyba veličiny y je všude stejná – lze tedy použít vzorec  $\tilde{a} = \frac{XY}{XX}$  :

$$\tilde{k} = \frac{\sum_{i=1}^n F_i y_i}{\sum_{i=1}^n y_i^2} = g \cdot \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n y_i^2} = 9.81 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{20} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{20} y_i^2} = 2,207309 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

Dále použijeme vzorec  $(\tilde{\sigma}_y^2)^* = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \tilde{a} x_i)^2}{n-1}$

$$(\tilde{\sigma}_F^2)^* = \sum_{i=1}^n \frac{(F_i - \tilde{k} y_i)^2}{n-1} = \sum_{i=1}^n \frac{(m_i g - \tilde{k} y_i)^2}{n-1} \approx 0,000145 \text{ N}^2$$

$$(\tilde{\sigma}_k^2)^* = \frac{(\tilde{\sigma}_F^2)^*}{\sum_{i=1}^n y_i^2} \approx 8,244 \cdot 10^{-5} \text{ N}^2 \cdot \text{m}^{-2} \Rightarrow \tilde{\sigma}_k^* \approx 0,0091 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

Relativní odchylku spočteme pouze jako podíl odchylky k ku střední hodnotě k :

$$\eta_k = \frac{\tilde{\sigma}_k^*}{\tilde{k}} \approx 0,41\%$$

Tuhost pružiny je  $(2,2073 \pm 0,0091) \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ . Relativní chyba je 0,41%.

#### Přílohy:

Příloha 1: Zdrojová tabulka grafu se všemi mezivýpočty.

Příloha 2: Graf (interpolovaná přímka s naměřenými hodnotami).

**Příloha 1** – Zdrojová tabulka grafu se všemi mezivýpočty

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m(i) [g]	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
y(i) [cm]	0	2,5	4,7	7,1	9,4	11,7	13,7	17	18,4	19,7
m(i) [kg]	0	0,005	0,01	0,015	0,02	0,025	0,03	0,035	0,04	0,045
y(i) [m]	0	0,025	0,047	0,071	0,094	0,117	0,137	0,17	0,184	0,197
m*y [kg.m]	0	0,000125	0,00047	0,001065	0,00188	0,002925	0,00411	0,00595	0,00736	0,008865
y^2 [m^2]	0	0,000625	0,002209	0,005041	0,008836	0,013689	0,018769	0,0289	0,033856	0,038809
F(i) [N]	0	0,04905	0,0981	0,14715	0,1962	0,24525	0,2943	0,34335	0,3924	0,44145
<k>y(i) [N]	0	0,055182725	0,103743523	0,156718939	0,207487046	0,258255153	0,302401333	0,37524253	0,406144856	0,434839873
(F-<k>y)^2	0	3,76E-05	3,18E-05	9,16E-05	0,000127397	0,000169134	6,56E-05	0,001017133	0,000188921	4,37E-05

Tomáš Ibehej  
Skupina X-13

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	součty
50	55	60	70	80	90	100	110	120	130	
22,8	25	27,1	31,3	34,8	39,9	44,5	48,5	52,9	57,3	
0,05	0,055	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,11	0,12	0,13	
0,228	0,25	0,271	0,313	0,348	0,399	0,445	0,485	0,529	0,573	
										0,39564 1,758353
0,0114	0,01375	0,01626	0,02191	0,02784	0,03591	0,0445	0,05335	0,06348	0,07449	
0,051984	0,0625	0,073441	0,097969	0,121104	0,159201	0,198025	0,235225	0,279841	0,328329	
										0,002754331
0,4905	0,53955	0,5886	0,6867	0,7848	0,8829	0,981	1,0791	1,1772	1,2753	
0,503266452	0,55182725	0,598180739	0,690887717	0,768143532	0,880716291	0,982252504	1,070544864	1,16766646	1,264788056	
0,000162982	0,000150731	9,18E-05	1,75E-05	0,000277438	4,77E-06	1,57E-06	7,32E-05	9,09E-05	0,000110501	

<k> [N.m<sup>(-1)</sup>] 2,207308999

disperze F 0,000144965

odchylka F 0,012040133

disperze k 8,24E-05

odchylka k 0,009079841

rel odchyl k 0,41%

**Graf zatěžovací síly v závislosti na prodloužení pružiny**

