Radim Kusák
F1-X-12

Seminární práce č.2

Odpor rezistoru

$I = 210\ \text{mA}$ $\quad$ $I_{\max} = 300\ \text{mA}$ $\quad$ $U = 18{,}5\ \text{V}$ $\quad$ $U_{\max} = 30\ \text{V}$

$R_V = 10^5\ \Omega$ $\quad$ $R_A = 7\ \Omega$ $\quad$ $p = 1\%$

Schéma:

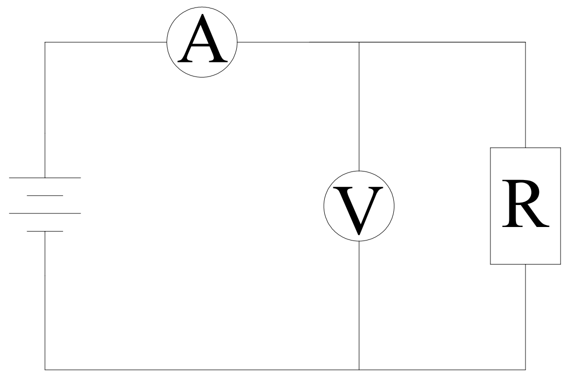

Schéma 1

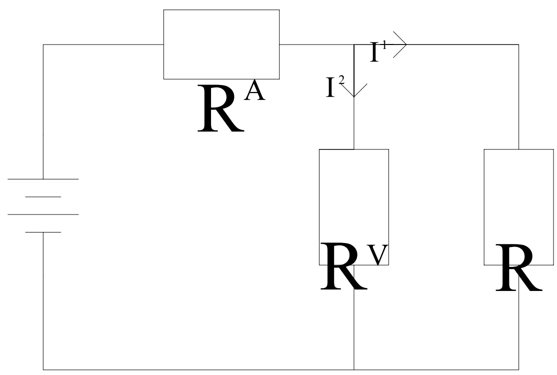

Schéma 2

Nejprve si určíme absolutní odchylky měřících přístrojů podle vztahů:

$$\varepsilon_I = pI_{\max} \qquad \varepsilon_U = pU_{\max}$$

Nyní k určení odporu. Napětí ve větvích je stejné a pro proud ve větvích platí $\mathrm{I}_{\mathrm{A}} = \mathrm{I}_{\mathrm{V}} + \mathrm{I}_{\mathrm{R}}$ odtud vztahy:

$$I = I_V + I_R \qquad U = I_V R_V \qquad U = I_R R$$

Odtud vztah pro odpor rezistoru (R):

(1)
$$\boldsymbol{R = \frac{R_V U}{R_V I - U}}$$

Radim Kusák
F1-X-12

Pro určení absolutní odchylky musíme nejprve určit absolutní odchylku ve jmenovateli a čitateli výrazu pro R, potom určíme odchylku podílu:

a … čitatel b … jmenovatel

$$a = R_V \tilde{U} \pm R_V \varepsilon_U \qquad b = R_V \tilde{I} - \tilde{U} \pm \left(R_V \varepsilon_I + \varepsilon_U \right)$$

$$\tilde{a} = R_V \tilde{U} \qquad \varepsilon_a = R_V \varepsilon_U \qquad \tilde{b} = R_V \tilde{I} - \tilde{U} \qquad \varepsilon_b = R_V \varepsilon_I + \varepsilon_U$$

Ze vztahu (1) platí pro střední hodnotu odporu:

(2)
$$\boldsymbol{\tilde{R} = \frac{R_V \tilde{U}}{R_V \tilde{I} - \tilde{U}}}$$

Pro absolutní odchylku podílu platí vztah:

$$\varepsilon = \frac{\tilde{a}\varepsilon_b + \tilde{b}\varepsilon_a}{\tilde{b}^2}$$

Odtud vztah pro ε_R:

(3)
$$\boldsymbol{\varepsilon_R = \frac{pR_V^2 \left(\tilde{U} I_{max} + \tilde{I} U_{max} \right)}{\left(R_V \tilde{I} - \tilde{U} \right)^2}}$$

Pro relativní odchylku podílu platí vztah:

$$\eta = \frac{\tilde{a}\varepsilon_b + \tilde{b}\varepsilon_a}{\tilde{a}\tilde{b}}$$

Odtud vztah pro η_R:

(4)
$$\boldsymbol{\eta_R = \frac{pR_V \left(\tilde{U} I_{max} + \tilde{I} U_{max} \right)}{\tilde{U}\left(R_V \tilde{I} - \tilde{U} \right)}}$$

Číselně:

Absolutní odchylka:

$$\varepsilon_R = \frac{pR_V^{\mathbf{2}}\left(\tilde{U}I_{\max} + \tilde{I}U_{\max}\right)}{\left(R_V\tilde{I} - \tilde{U}\right)^{\mathbf{2}}}$$

$$\varepsilon_R = \frac{1\% \cdot \left(10^5\right)^2\left(18{,}5 \cdot 300 \cdot 10^{-3} + 210 \cdot 10^{-3} \cdot 30\right)}{\left(10^5 \cdot 210 \cdot 10^{-3} - 18{,}5\right)^2}\Omega$$

$$\boldsymbol{\varepsilon_{\mathbf{R}} = 2{,}7\,\Omega}$$

Odtud počet platných cifer pro střední hodnotu odporu:

$$\tilde{R} = \frac{R_V\tilde{U}}{R_V\tilde{I} - \tilde{U}}$$

$$\tilde{R} = \frac{10^5 \cdot 18{,}5}{10^5 \cdot 210 \cdot 10^{-3} - 18{,}5}\Omega$$

$$\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{88{,}2\,\Omega}$$

Relativní odchylka měření:

$$\eta_R = \frac{pR_V\left(\tilde{U}I_{\max} + \tilde{I}U_{\max}\right)}{\tilde{U}\left(R_V\tilde{I} - \tilde{U}\right)}$$

$$\eta_R = \frac{1\% \cdot 10^5 \cdot \left(18{,}5 \cdot 300 \cdot 10^{-3} + 210 \cdot 10^{-3} \cdot 30\right)}{18{,}5 \cdot \left(10^5 \cdot 210 \cdot 10^{-3} - 18{,}5\right)} \cdot 100\%$$

$$\boldsymbol{\eta_{\mathbf{R}} = 3{,}1\,\%}$$

Závěr:

Odpor rezistoru je $(88{,}2 \pm 2{,}7)\,\Omega$. Toto měření je s relativní odchylkou 3,1%.

Radim Kusák
F1-X-12

Diskuze:

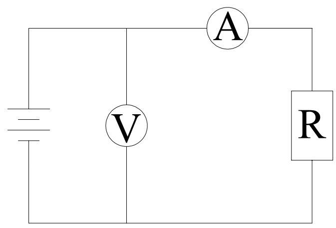

Schéma 3

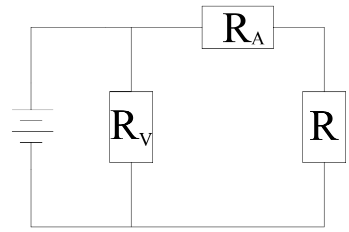

Schéma 4

V diskuzi si rozeberme další možné zapojení (viz. Schéma 3). Pro odpor platí vztah:

$$R = \frac{U - IR_A}{I}$$

Tento vztah nám ale mnoho neříká, jestli by se stejnými hodnotami, bylo toto měření přesnější od předešlého, a proto si určíme relativní odchylku:

$$\eta_R = \frac{p\left(\tilde{U} I_{\max} + \tilde{I} U_{\max}\right)}{\tilde{I}\left(\tilde{U} - R_A \tilde{I}\right)} \qquad \eta_R = \frac{1\% \cdot \left(18{,}5 \cdot 300 \cdot 10^{-3} + 210 \cdot 10^{-3} \cdot 30\right)}{210 \cdot 10^{-3}\left(18{,}5 - 7 \cdot 210 \cdot 10^{-3}\right)} \cdot 100\%$$

$$\boldsymbol{\eta_{R2} = 3{,}3\ \%}$$

Porovnáním této odchylky s odchylkou pro první měření dostáváme, že odpor rezistoru by musel být řádově $5 \cdot 10^3\ \Omega$, aby toto zapojení bylo výhodnější oproti prvému.