Úvod do praktické fyziky

1. Test

Úloha 1. (5 bodů)
Digitální teploměr má podle údajů výrobce přesnost (0.9%, 2). Rozsah teploměru je -100, 100^{o}C a jeho displej má 3 číslice. Teploměr ukazuje teplotu 33.5^{o}C. Jaká je systematická chyba naměřené hodnoty?

Řešení
Podle údajů výrobce je maximální chyba způsobená nelinearitou A-D převodníku 0.9% naměřené hodnoty, tj. v našem případě 33.5×0.009 = 0.3015^{o}C. Maximální chyba způsobená konečnou šířkou binu je dvojnásobek řádu posledního digitu, tj. 2×0.1=0.2^{o}C. Celková maximální chyba je součet těchto dvou maximálních chyb ε_c = 0.3015 + 0.2 = 0.5015 ^{o}C. Systematickou chybu (neurčitost typu B) spočítáme z celkové maximální chyby jako $\sigma_B = \frac{\varepsilon_C}{\sqrt{3}} = 0.289$ ^{o}C. Výsledek zaokrouhlíme na jednu platnou číslici σ_B = 0.3 ^{o}C.

Úloha 2. (10 bodů)
Házíme šesti kostkami. Jaký je minimální počet opakování aby pravděpodobnost , že padne postupka tj. čísla 1,2,3,4,5,6 byla alespoň 90%?

Řešení
Nejdříve vypočítáme pravděpodobnost, že při jednom hodu 6 kostkami padne postupka. Počet případů (elementárních jevů), kterými lze realizovat postupku je 6!, protože pro první kostku máme 6 možností (může na ní být jakékoliv číslo), pro druhou už máme jen 5 možností (musí na ní padnout jiné číslo než na první), pro třetí máme už jen 4 možnosti (musí na ní padnout jiné číslo než padlo na první a druhé) a tak dále, až na šesté kostce máme jen jednu možnost. Celkový počet možností (výsledků příznivých sledovanému jevu) je tedy 6×5×4×3×2×1 = 6! Protože házení šesti kostkami je experiment typu náhodný výběr (žádný výsledek není preferovaný) je pravděpodobnost toho, že nám padne postupka rovna počtu výsledků příznivých tomuto jevu n_A= 6! vydělená celkovým počtem možných výsledků, což je n = 6^6. tj. $p = \frac{n_A}{n} = \frac{6!}{6^6} = 0.0154$.
Pravděpodobnost P, že nám při N opakování toho experimentu k-krát padne postupka je popsaná binomickým rozdělením $P(k|N,p) = \frac{N!}{(N-k)!\,k!} p^k (1-p)^{N-k}$.
Minimální počet opakování experimentu nutný k tomu aby $P(k \geq 1|N,p) \geq 0.9$ spočítáme nejsnadněji pomocí doplňkového jevu. Pravděpodobnost, že při N opakování nepadne nikdy postupka je $P(k=0|N,p) = (1-p)^N$. Požadujeme aby tato pravděpodobnost byla menší než 0.1, tj. $P(k=0|N,p) < 0.1$. Tato podmínka odpovídá nerovnici $(1-p)^N < 0.1$. Zlogaritmováním této nerovnice dostáváme $N > \frac{\ln 0.1}{\ln(1-p)}$. Po dosazení p = 0.0154 dostáváme výsledek N > 148.36. Takže je potřeba alespoň 149 opakování.