

Test 1c

Úloha 1. (5 bodů)

Dlouhodobým pozorováním jsme zjistili, že v našem městě prší v průměru 41 dní v roce. Jaká je pravděpodobnost, že celý rok nebude pršet.

$[P = 1.3^{-19}]$

Řešení

Rok má $N = 365$ dní. Pravděpodobnost, že v jednom dni bude pršet je $p = 41/365 = 0.112$. Počet dní v roce k , kdy bude pršet, je náhodná proměnná popsána binomickým rozdělením.

Pravděpodobnost, že k dní v roce bude pršet je tedy $P(k|N, p) = \frac{N!}{(N-k)!k!} p^k (1-p)^{N-k}$, kde

$N = 365$ a $p = 0.112$. Pravděpodobnost, že nebude pršet žádný den v roce je potom

$$P(k = 0|N, p) = (1 - p)^N = 0.888^{365} = 1.3 \times 10^{-19}.$$

Úloha 2. (10 bodů)

RLC obvod se skládá z cívky jejíž indukčnost je (1.03 ± 0.02) H a kondenzátoru o kapacitě (30.5 ± 0.6) μF . Jaká je rezonanční frekvence tohoto obvodu a jaká je její chyba? Chybou se rozumí jedna standardní odchylka.

Řešení

Reonanční frekvence tohoto RLC obvodu je $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 28.3$ Hz.

Protože vzorec pro výpočet vlastní frekvence je čistý součin a mocnina, můžeme kvadrát

relativní chyby frekvence vyjádřit jako $\frac{\sigma_{f_0}^2}{f_0^2} = \frac{1}{4} \frac{\sigma_L^2}{L^2} + \frac{1}{4} \frac{\sigma_C^2}{C^2}$

Po dosazení konkrétních hodnot $\frac{\sigma_L}{L} = \frac{0.02}{1.03} = 0.0194$ a $\frac{\sigma_C}{C} = \frac{0.6}{30.5} = 0.0197$. Po dosazení dostáváme $\frac{\sigma_{f_0}}{f_0} = 0.0138$. Takže $\sigma_{f_0} = 0.4$ Hz.

Rezonanční frekvence obvodu je tedy $f_0 = (28.3 \pm 0.4)$ Hz