2. Elektrický proud, vedení proudu

2.1 Pevné látky

2.1.1 Uvnitř homogenního isotropního tělesa s vodivostí σ nechť v okamžiku $t = 0$ existuje volný náboj o hustotě ρ_0. Jak se bude tento náboj měnit s časem? Odhadněte konkrétní hodnoty pro měď $\sigma = 0,6.10^8 \Omega^{-1}m^{-1}$, polovodič o vodivosti $\sigma = 100 \Omega^{-1}m^{-1}$ a isolant - sklo o vodivosti $\sigma = 10^{-12} \Omega^{-1}m^{-1}$. Relativní permitivitu položte řádově rovnu jedné.

2.1.2 Vypočtěte pohyblivost nositelů náboje v mědi, za předpokladu, že na každý atom připadá jeden vodivostní elektron. Atomová hmota mědi $A = 63,6$, její hustota $h = 8,9$ g/cm^3, měrný odpor $\rho = 1,7.10^{-8} \Omega$ m. Avogadrovo číslo $N = 6,023.10^{23}$, náboj elektronu $e = 1,6.10^{-19}$C.

2.1.3 Vypočtěte pohyblivost nositelů náboje v germaniu s příměsí arsenu o koncentraci $n = 1,5.10^{15}$ donorů/cm^3. Měrná vodivost $\sigma = 1 \Omega^{-1}cm^{-1}$.

2.1.4 Předpokládejte, že z materiálů v minulých dvou příkladech jsou zhotoveny válečky o průřezu $q = 0,1$ cm^2 a délce $l = 1$ cm a jsou zapojeny do obvodu elektrického proudu. Proud volíme tak, aby Jouleovy ztráty na válečku byly P = 10 W, přičemž vhodným způsobem zabráníme ohřívání válečku. Vypočtěte rychlost uspořádaného pohybu nositelů náboje v obou případech.

2.1.5 Na jakou teplotu t se za běhu ohřálo měděné vinutí motoru, mělo-li při zapnutím při pokojové teplotě $t = 20^{\circ}$C odpor $R_0 = 5,4 \Omega$ a po vypnutí motoru odpor $R = 6,4 \Omega$? Teplotní koeficient odporu mědi $\alpha = 4,3 . 10^{-3}$deg^{-1}.

2.1.6 Za jak dlouho ohřeje ponorný vařič 2 litry vody 20°C teplé na 90°C? Vařič je připojen na síť $U = 220$ V, jeho odpor je $R = 100 \Omega$. Účinnost je 75 %.

2.1.7 Spirálou elektrického kalorimetru protékal proud 3A při napětí 6,5 V po dobu 285 s. Přitom se 150 g anilinu v kalorimetru ohřálo z $t_1 = 21^{\circ}$C na $t_2 = 35^{\circ}$C. Tepelná kapacita kalorimetru je 20 cal/deg. Vypočtěte specifické teplo anilinu.

2.1.8 Podklad přímo žhavené katody elektronky tvoří kovový pásek síly $b = 0,$ široký $a = 0,3$ mm o délce $l = 16$ cm. Při provozu je žhaven proudem $J = 1$ při napětí $U = 4$V na teplotu $t = 900^{\circ}$C. Při proudu $J' = 10$ mA, jímž se pásek znatelně neohřívá, je napětí na něm $U' = 9$ mV. Vypočtěte

a/ specifický odpor materiálu pásku ρ_0 při pokojové teplotě $/t_0 = 20^{\circ}$

b/ Specifický odpor materiálu ρ_t při pracovní teplotě

c/ Průměrný teplotní součinitel odporu α v oblasti teplot $/t_0, t/$

2.1.9 Variátor /železný drátek ve vodíkové atmosféře/ má při pokojové teplotě $t_o = 20°C$ odpor $R_o = 4{,}2\,\Omega$. Výkonem P se drátek ohřeje o teplotní rozdíl $t - t_o$ úměrný P; $t - t_o = gP$, kde $g = 9$ deg/W/. Odpor vlákna přitom roste přibližně lineárně s teplotou, teplotní koeficient odporu je 8.10^{-3} deg^{-1}. Jaká je voltampérová charakteristika variátoru? Načrtněte její graf! Vypočtěte mezní hodnotu proudu, který může /za daných zjednodušujících předpokladů/ variátorem procházet!

2.1.10 Z tenké desky o síle $\underline{t}$ z materiálu o měrné vodivosti σ je vyříznuto mezikruží o vnitřním poloměru r_1 a vnějším r_2. Stanovte odpor mezikruží, slouží-li jako přívody proudu obě kružnice, kterými je omezeno.

2.1.11 Jaký odpor má homogenní rovinná deska o tloušťce $\underline{t}$ a měrné vodivosti σ, tvoří-li přívody proudu kruhové dobře vodivé elektrody o stejném poloměru $\underline{R}$, přitištěné k desce se vzdáleností středů $\underline{2b}$. Vzdálenost elektrod od okraje desky je podstatně větší než jejich poloměr, naopak $t \ll R$.

Návod. Ukažte nejprve, že rovinná elektrostatická úloha se dvěma rovnoběžnými nabitými přímkovými vodiči s lineární hustotou náboje $+\eta$ a $-\eta$ dává válcové ekvipotenciální plochy.

2.1.12 Z materiálu o vodivosti σ je vyrobena slabá destička tloušťky $\underline{t}$ s jedním rovným okrajem. Její rozměry nechť jsou dostatečně velké, aby ji bylo možno pokládat za nekonečnou polorovinu. Na rovném okraji jsou za sebou umístěny v bodech ABCD čtyři bodové kontakty. Přivádíme-li kontakty A,B do destičky proud $\mathcal{I}_{AB}$ /přívod v bodě A/, naměříme mezi body D,C napětí U_{DC}. Vypočtěte podíl $P_{AB}^{DC} = \dfrac{U_{DC}}{I_{AB}}$! Totéž proveďte při zaměněných kontaktech B,D, dostanete podíl P_{AD}^{BC}. Ukažte, že platí rovnice

$$e^{-\pi\sigma t\, P_{AB}^{DC}} + e^{-\pi\sigma t\, P_{AD}^{BC}} = 1$$

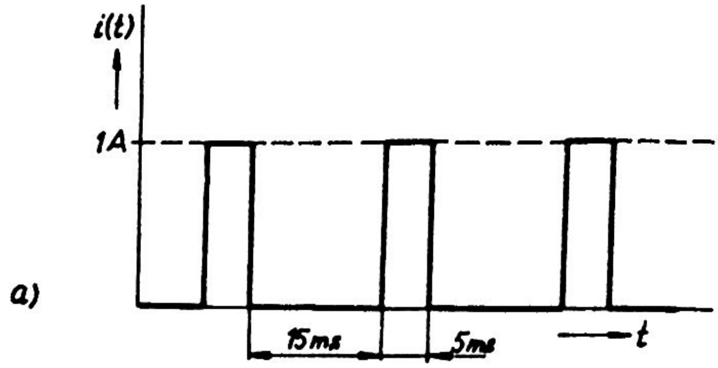
Poznámka. Dá se ukázat, že uvedená rovnice platí i pro rovinnou homogenní destičku, omezenou libovolnou souvislou uzavřenou čárou, je-li na obvodě opatřena v bodech A,B,C,D kontakty. Změříme-li oba poměry P, lze vypočíst vodivost σ jako kořen této transcendentní rovnice pro σ.

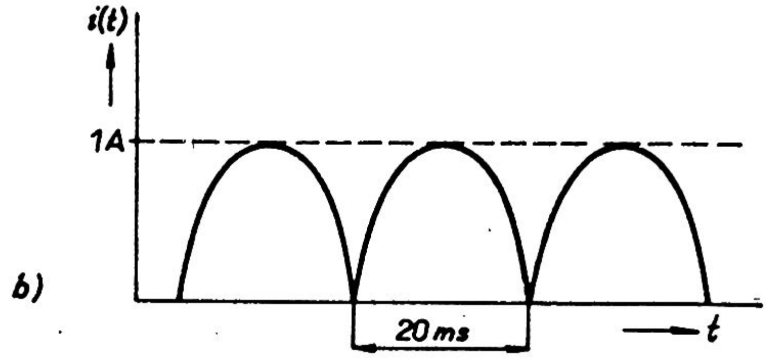
2.1.13 Tepelným měřicím přístrojem - ampérmetrem protéká pulsující proud, jehož časová závislost i(t) je na obr. 2.1 /viz na následující straně/.

a/ obdélníkové pulsy výšky 1 A dlouhé 5 ms se opakují po 15 ms

b/ $i(t) = I_{max} \cdot |\sin 50\,\pi t|$, kde $I_{max} = 1A$.

Jaký proud ukáže přístroj?





Obr.2.1

2.1.14 Označme $\left(A/B\right)_0^t$ termoelektrickou sílu kovu A vzhledem ke kovu B při teplotě spojů 0°C, t°C. Lze ji vyjádřit

$$\left(A/B\right)_0^t = \alpha t + \frac{\beta}{2} t^2$$

Jsou dány konstanty α , β , bereme-li za referenční kov B olovo a za kov A

železo:	α_{Fe}	= 17,15 V/deg,	β_{Fe}	= -0,048 V/deg^2
měď:	α_{Cu}	= 1,34 V/deg	β_{Cu}	= 0,009 V/deg^2
a konstantan:	α_{kt}	= -37,10 V/deg	β_{kt}	= -0,069 V/deg^2

Vypočtěte: a/ ems thermočlánku Fe/Cu a Cu/konstantan , jsou-li teploty spojů 0°C, 100°C

b/ neutrální a inversní teplotu pro tyto thermočlánky.

2.2 Kapaliny

2.2.1 Při elektrolytické rafinaci mědi je proudová hustota na povrchu katody i = 200 A/m^2; napětí mezi elektrodami je U = 0,3 V. Výtěžek činí 95% teoretické hodnoty. Vypočtěte

1. Dobu, potřebnou k vyloučení vrstvy mědi na katodě, tlusté 5 mm,
2. energii, spotřebovanou k rafinaci 1t mědi.

Atomová hmota mědi 63,6, měrná hmota s = 8,9 g/cm^3.

2. Elektrický proud, vedení proudu

2.1 Pevné látky

2.1.1 Dle rovnice kontinuity je $\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\operatorname{div}\vec{i}$. Ale $\vec{i} = \sigma\vec{E}$, tedy $\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\sigma\operatorname{div}\vec{E} = -\frac{\sigma}{\varepsilon}\rho$. Hustota ρ tedy ubývá s časem exponenciálně $\rho = \exp(-t/\tau)$ kde časová konstanta $\tau = \frac{\varepsilon}{\sigma}$. Pro měď vychází řádově 10^{-19} s, pro polovodič 10^{-13} s a pro sklo 10 s.

2.1.2 Koncentrace atomů, a tedy i vodivostních elektronů $n = \frac{hN}{A} = 8{,}43.10^{28}\,m^{-3}$; pohyblivost tedy $u = \frac{\sigma}{ne} = \frac{A}{\rho h N e} = 4{,}36.10^{-3}\,m^2s^{-1}V^{-1}$

2.1.3 $u = \frac{\sigma}{ne} = 0{,}417\ m^2s^{-1}V^{-1}$

2.1.4 Odpor válečku $R = \frac{\rho l}{q} = \frac{l}{q\sigma}$, tedy napětí na něm $U = \sqrt{RP}$ a intenzita pole $E = \frac{U}{l} = \left(\frac{P}{ql\sigma}\right)^{\frac{1}{2}}$.
Střední rychlost $v = uE = u\left(\frac{P}{ql\sigma}\right)^{\frac{1}{2}} = 5{,}7.10^{-3}$ m/s v mědi, 417 m/s v germaniu.

2.1.5 Ze vztahu $R = R_0(1 + \alpha\Delta t)$ plyne $\Delta t = t - t_0 = \frac{R/R_0 - 1}{\alpha} = 43^\circ$, tedy $t = 63^\circ$C.

2.1.6 Příkon $P = \frac{U^2}{R} = 484$ W, dodávané teplo 363 J/s = 87 cal/s.
Tedy doba pro dodání potřebných $70.2.10^3$ cal je 1614 s, tj. asi 27 minut.

2.1.7 Dodané teplo 19,5 W . 285 s = $5{,}56 . 10^3$ J = $1{,}33.10^3$ cal. Na ohřátí kalorimetru je třeba $0{,}28.10^3$ cal. Měrné teplo anilinu je 0,5 cal $g^{-1}deg^{-1}$.

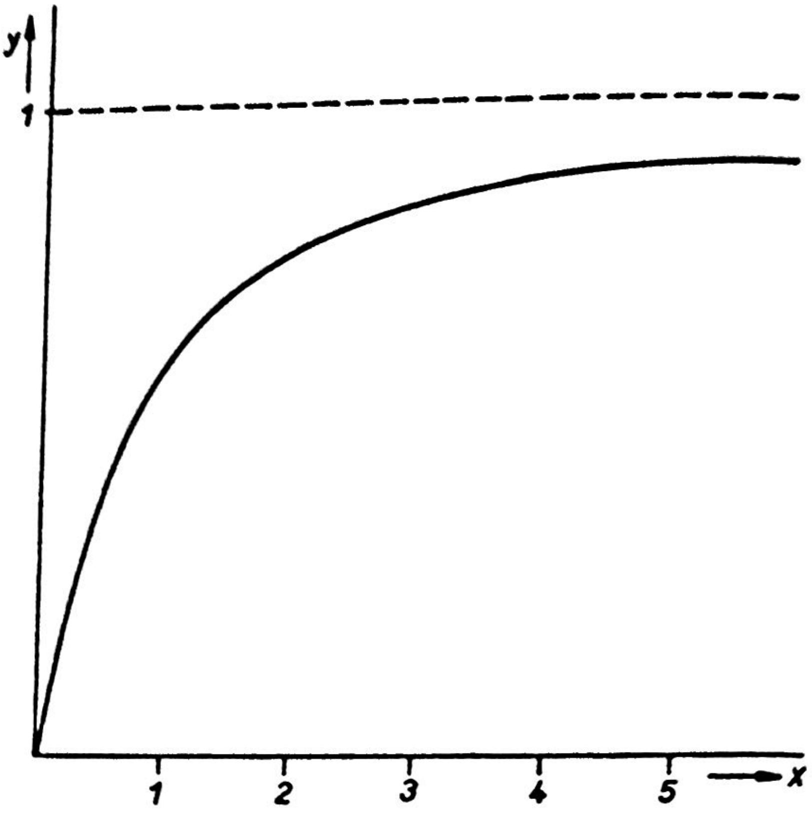
2.1.8 $\rho_0 = \frac{U'}{J'}\frac{a.b}{l} = 1{,}35.10^{-7}\,\Omega$ m, $\rho_t = 5{,}5.10^{-7}\,\Omega$ m,

$$\alpha = \frac{\rho_t - \rho_0}{\rho_0(t - t_0)} = 3{,}5.10^{-3}\,deg^{-1}$$

2.1.9 Charakteristika $\frac{U}{I} = R_0(1 + \alpha g U.I)$, tj. $U = \frac{R_0 I}{1 - \alpha g R_0 I^2}$;
v bezrozměrných proměnných $y = I\sqrt{\alpha g R_0}$, $x = U\sqrt{\frac{\alpha g}{R_0}}$ zní vztah

$$x = \frac{y}{1 - y^2}$$ viz obr.2.3 na následující straně.

Mezní hodnota proudu je pro $y = 1$ rovna $I = \frac{1}{\sqrt{\alpha g R_0}} = 1{,}82$ A.



Obr.2.3

Poznámka. Ve skutečnosti ovšem pro vyšší napětí začne proud růst opět rychleji. Naše zjednodušené předpoklady /úměrnost mezi teplotním rozd. změnou odporu a příkonem/ totiž neplatí pro širší teplotní obor.

2.1.10 Rovinný problém $\nabla \vec{i} = \sigma \nabla \vec{E} = \sigma \Delta \varphi = 0$ /$\vec{i}$ hustota proudu, $\vec{E}$ intenzita, φ potenciál el.pole/ má okrajové podmínky stejné jako rovinná úloha - válcový kondenzátor v elektrostatice. Na základě analogie obou problémů lze převzít elektrostatické řešení $\varphi = -k \ln r$, k - konstanta. Celkový proud $I = 2\pi r . t \cdot \sigma \frac{k}{r} = 2\pi\sigma t k$, napětí $U = k \ln \frac{r_2}{r_1}$. Tedy odpor $R = \dfrac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi\sigma t}$

2.1.11 V rovině τ, kolmé k oběma vodičům, zavedem souřadnou soustavu x, y tak, aby vodiče protínaly rovinu τ v bodech $(\pm l, 0)$. Rovina pak protíná ekvipotenciálu

$$\varphi = -\frac{\eta}{4\pi\varepsilon_0} \ln \frac{(x-l)^2+y^2}{(x+l)^2+y^2} = C$$

/ φ - potenciál v bodě (x, y); C - konstanta/ v kružnici o středu $\left(l \operatorname{cotgh} \frac{2\pi\varepsilon_0 C}{\eta}, 0\right)$ a poloměru $\dfrac{l}{|\sinh(2\pi\varepsilon_0 C \eta^{-1})|}$. Dvě z ekvipotenciál se ztotožní s našimi elektrodami, položíme-li $l \operatorname{cotgh} \frac{2\pi\varepsilon_0 C}{\eta} = \pm b$, $\dfrac{l}{|\sinh(2\pi\varepsilon_0 C\eta^{-1})|} = R$, tj. $\pm \frac{\eta}{2\pi\varepsilon_0} \operatorname{arg\,cosh} \frac{b}{R}$, $l = \sqrt{b^2-R^2}$

Na základě analogie tak dostaneme též pole stacionárního proudu; celkový proud je σ - násobek toku $\vec{E}$, tj. $\dfrac{\sigma t \eta}{\varepsilon_0}$, napětí mezi elektrodami

$$U = \frac{\eta}{\pi\varepsilon_0} \operatorname{argcosh} \frac{b}{R}$$. Tedy odpor $r = \dfrac{\operatorname{argcosh} \frac{b}{R}}{\pi\sigma t}$

2.1.12 Elektrické pole je opět analogické elektrostatickému poli, které by vytvářely dva přímkové nabité vodiče s lineární hustotou $+\eta$ a $-\eta$, procházející body A a B kolmo k rovině destičky. Potenciál v této rovině v bodě X je $\varphi(X) = \dfrac{\eta}{2\pi\varepsilon_0} \ln \dfrac{\overline{AX}}{\overline{BX}}$ ($\overline{AX}$ je vzdálenost bodů A, X a pod.) Pokládáme-li φ za potenciál stacionárního proudu, vytékal by z bodu A do celé roviny proud $\dfrac{\sigma t \eta}{\varepsilon_0}$; proud destičkou je tedy $I_{AB} = \dfrac{\sigma t \eta}{2\varepsilon_0}$. Napětí $U_{DC} = -\dfrac{\eta}{2\pi\varepsilon_0} \ln\left(\dfrac{\overline{AD}}{\overline{BD}} \cdot \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}\right)$, tedy $P_{AB}^{DC} = -\dfrac{1}{\pi\sigma t} \ln\left(\dfrac{\overline{AD}}{\overline{BD}} \cdot \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}\right)$. Podobně $P_{AD}^{BC} = -\dfrac{1}{\pi\sigma t} \ln\left(\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BD}} \cdot \dfrac{\overline{CD}}{\overline{AC}}\right)$. Mezi dvojpoměry však platí, jak lze snadno ukázat, vztah $\dfrac{\overline{AD}}{\overline{BD}} \cdot \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} + \dfrac{\overline{AB}}{\overline{BD}} \cdot \dfrac{\overline{CD}}{\overline{AC}} = 1$, který dává hned uvedenou rovnici.

2.1.13 Přístroj ukáže hodnotu I_{ef}, je-li Jouleova ztráta výkonu P v měrném elementu /ohřívaném drátku/ o odporu R rovna $P = R I_{ef}^2$.
V našem případě je však ztrátová energie za jednotku času

$P = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T \left[R\, i^2(t)\right] dt$, kde T je perioda průběhu. Údaj přístroje je

tedy $$I_{ef} = \left[\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\,dt\right]^{\frac{1}{2}}$$ – efektivní či střední kvadratická hodnota proudu.

Vyjde a/ $I_{ef} = 0{,}5\ A$

b/ $I_{ef} = \dfrac{I_{max}}{\sqrt{2}} = 0{,}707\ A$

2.1.14 a/ $(Fe/Cu)_0^t = \alpha_1 t + \dfrac{\beta_1}{2} t^2$, kde $\alpha_1 = \alpha_{Fe} - \alpha_{Cu} = 15{,}81\ \mu V/deg$, $\beta_1 = -0{,}057\ \mu V/deg^2$. Výsledek $1{,}296\ mV$; podobně pro druhý thermočlánek $4{,}234\ mV$.

b/ Neutrální teplota t_n při níž $\dfrac{d}{dt}(A/B)_0^t = 0$ je $t_n = -\dfrac{\alpha}{\beta} = 277^\circ C$.
Inverzní teplota t_i při níž $(A/B)_0^t = 0$ je $t_i = -\dfrac{2\alpha}{\beta} = 555^\circ C$
Pro druhý thermočlánek vyjde $t_n = -493^\circ C$, $t_i = -986^\circ C$, tedy hodnoty, které nelze realizovat.

5. Řešení elektrických obvodů a sítí

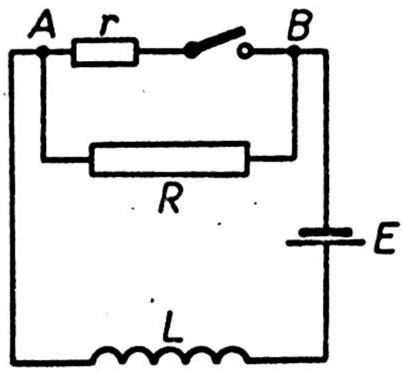
5.1 Lineární stejnosměrné obvody

5.1.1 Elektromagnet s indukčností 12 H a ohmickým odporem $r = 25\,\Omega$ je napájen ze zdroje stejnosměrného napětí 100 V. Jaké napětí je na odporu $1\,k\Omega$ paralelně připojeném ke svorkám cívky elektromagnetu 0,01 a po odpojení zdroje?

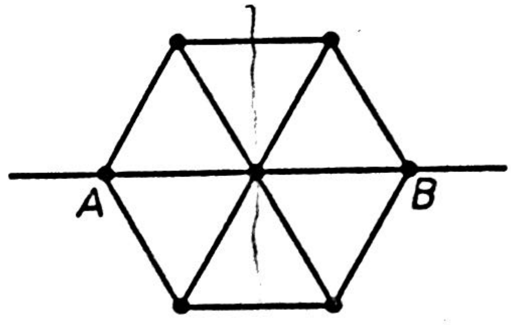
5.1.2 Určete průběh napětí mezi body A a B /obr.5.1/ při zapnutí a vypnutí klíče.

5.1.3 Cívka relé s ohmickým odporem R a indukčností L je připojena ke zdroji stejnosměrného napětí U. Udejte, za jakou dobu od okamžiku připojení zdroje dosáhne proud cívkou hodnoty I_z, při které relé spíná. (Předpokládáme ovšem $I_z < U/R$.)

5.1.4 Určete odpor mezi body A a B pravidelného šestiúhelníka s úhlopříčkami podle obr.5.2. Odpor každého úseku mezi dvěma uzly je r.



Obr.5.1

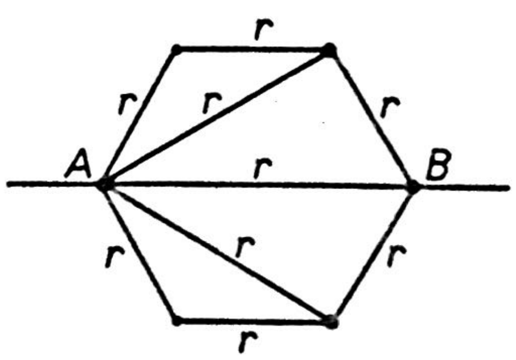


Obr.5.2

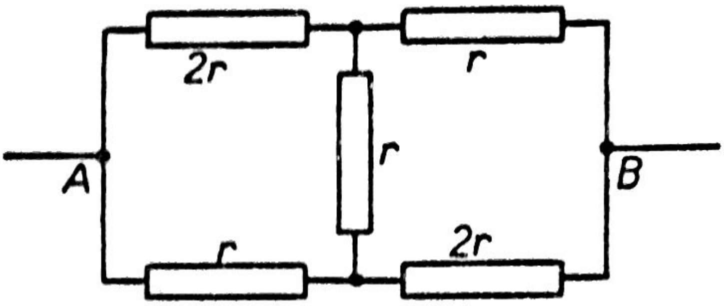
5.1.5 Síť se skládá z devíti vodičů, které tvoří šestiúhelník s úhlopříčkami podle obr.5.3. Odpor každého vodiče mezi dvěma uzly je r. Určete odpor sítě mezi body A a B.

5.1.6 Určete odpor mezi dvěma vrcholy pravidelného čtyřstěnu, jehož hrany tvoří odpory r.

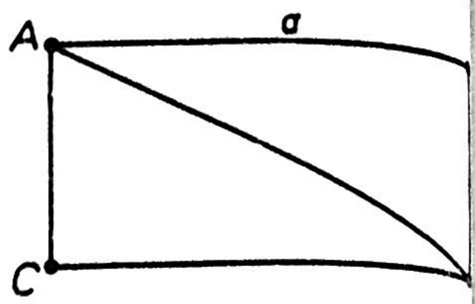
5.1.7 Stejně dlouhé kousky drátu o odporu r jsou navzájem propojeny tak, že tvoří hrany krychle. Určete odpor mezi různými dvojicemi vrcholů.



Obr.5.3



Obr.5.4



Obr.5.5

<u>5.1.8</u> Určete odpor sítě podle obr.5.4 mezi body A a B. Hodnoty odporů jsou označeny v obrázku.

<u>5.1.9</u> Určete odpor drátěného obdélníku s úhlopříčkou /obr.5.5/ o stranách b, zhotoveného z homogenního drátu jednotkového průřezu o měrném odporu γ pro případ, že

$R = \rho \frac{l}{S}$

a/ útvar je připojen k síti v bodech A, B,

b/ útvar je připojen k síti v bodech C, D.

<u>5.1.10</u> Miliampérmetr se stupnicí do 15 mA má vnitřní odpor 5 Ω . V kombinac s jakým odporem a jak je přístroj třeba zapojit, aby bylo možné měřit

a/ proudy do 0,15 A ?

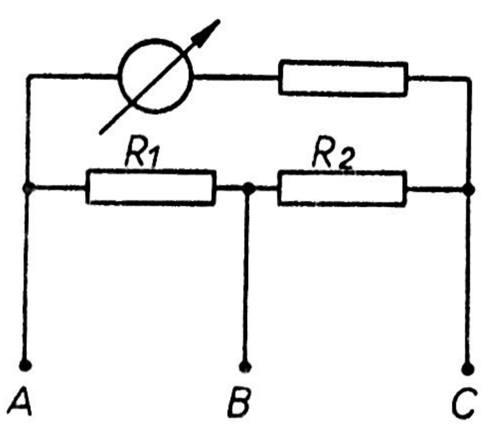
b/ napětí do 150 V ?

<u>5.1.11</u> Ke galvanometru s vnitřním odporem 290 Ω je připojen bočník, který desetkrát snižuje citlivost galvanometru. Jaký sériový odpor je třeba připoji aby celkový odpor zapojení byl roven odporu galvanometru?

0,

<u>5.1.12</u> Ampérmetr s vnitřním odporem 0,16 Ω je opatřen bočníkem 0,04 Ω . Ručička přístroje ukazuje 6 A. Jaký proud protéká vedením?

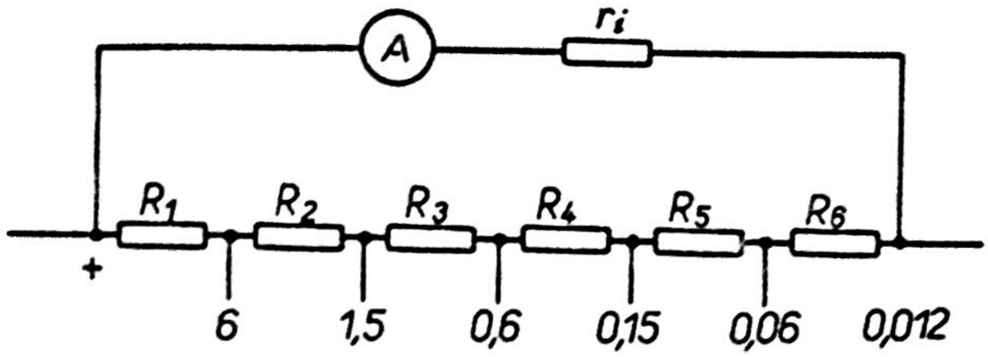
6 : 3



Obr.5.6

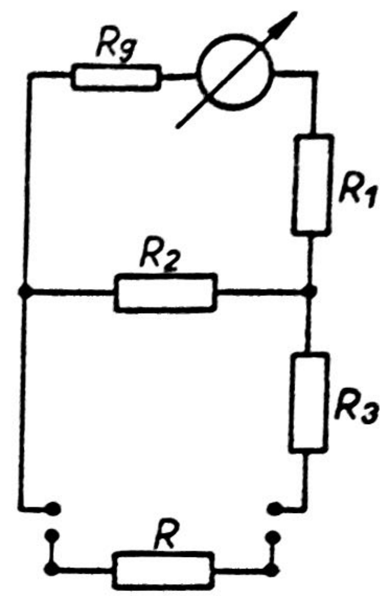
<u>5.1.13</u> K cívce ampérmetru jsou připojen bočníky R_1 a R_2 podle obr.5.6. Při po tí svorek A, B je citlivost přístroje 0,1 A/dílek. Při použití svorek A, C je c livost 0,02 A/dílek. Jaká je citlivost m svorkami B, C ?

<u>5.1.14</u> Navrhněte konstrukci kruhového /A tonova/ bočníku k miliampérmetru s rozs 1,2 mA resp. 54 mV tak, aby vznikl ampér se šesti rozsahy: 6; 1,5; 0,6; 0,15; 0,0 0,012 A /obr.5.7 viz na následující str



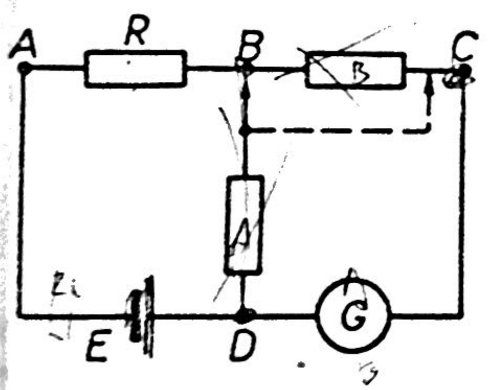
Obr.5.7

.1.15 Máme k dispozici balistický galvanometr dobou kyvu 20 s, vnitřním odporem 300 Ω , nějším kritickým odporem 1600 Ω a balistickou onstantou $C_b = 3.10^{-9}$ C/mm/m. Navrhněte bočník odle obr.5.8 tak, aby bylo zachováno kritické lumení galvanometru a citlivost klesla šestkrát. Kromě toho zvolte odpory tak, aby měřený systém byl zatížen stále stejným odporem. Odpor R_3 olte 500 Ω , Jaká bude po úpravě proudová itlivost galvanometru?

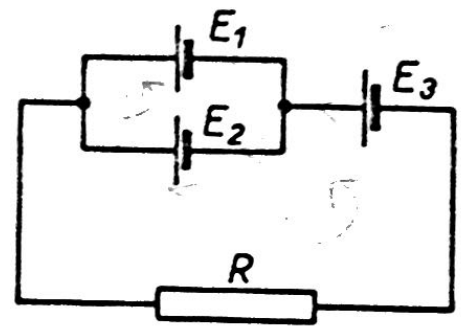


Obr.5.8

.1.16 Jaký je vnitřní odpor galvanického článku, e-li odpor R nastaven tak, aby výchylka galvanometru byla stejná při přepojení kontaktu z bodu do bodu C, obr.5.9. Vnitřní odpor galvanometru e r_g .



Obr.5.9



Obr.5.10

5.1.17 Tři galvanické články o napětích E_1 , E_2 , E_3 se stejnými vnitřními odpory r jsou spojeny podle obr. 5.10 s odporem R . Určete proudy tekoucí galvanickými články.

5.1.18 Dva galvanické články o napětích E_1 a E_2 s vnitřními odpory r_1 a r_2 jsou zapojeny paralelně a napájejí síť o celkovém odporu R proudem I . Stanovte proudy I_1 a I_2 tekoucí články a proud I jako funkci E_1 , E_2 , r_1 ,

r_2, R. Určete vnitřní odpor r a napětí E elementu ekvivalentního dané ba-
terii. Vyšetřete speciální případy $E_1 = E_2$ a $r_1 = r_2$.

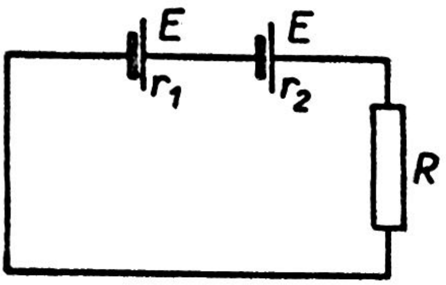
5.1.19 Baterie o elektromotorickém napětí 6V a nulovém vnitřním odporu je
uzavřena přes dva odpory 5 kΩ spojené za sebou.

a/ Jaký je údaj voltmetru o vnitřním odporu $10^5\,\Omega$ připojeného ke svorkám
jednoho z odporů?

b/ Co ukáže voltmetr s vnitřním odporem $10^4\,\Omega$?

5.1.20 Baterie 400 galvanických článků, každý o napětí 2 V a vnitřním odporu
0,1 Ω, napájí vnější odpor 10 Ω. Sestavte baterii z takového počtu n_1 pa-
ralelních skupin n_2 seriově zapojených článků tak, aby odporem protékal max-
mální proud.

5.1.21 Stejnosměrný zdroj o napětí 12 V a vnitřním odporu 0,2 Ω nabíjí bate-
rii o elektromotorickém napětí 10 V a vnitřním odporu 0,6 Ω. K baterii je pa-
ralelně připojena žárovka 12 V/35 W. Spočítejte proud baterií a žárovkou.



Obr.5.11

5.1.22 Odpor R na obr.5.11 je napájen ze dvou
zdrojů o stejném elektromotorickém napětí E
a vnitřních odporech r_1 a r_2.

a/ Nalezněte hodnoty napětí na svorkách
každého zdroje.

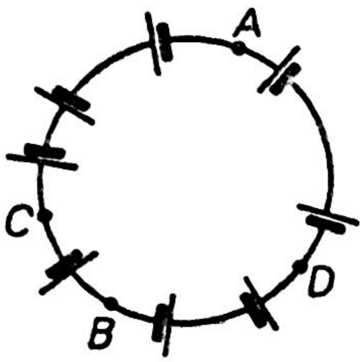
b/ Jaká musí být relace mezi hodnotami odpo-
rů r_1, r_2 a R, aby napětí na svor-
kách zdroje s vnitřním odporem r_1 bylo
nulové?

5.1.23 Mějme dva identické galvanické články o napětí 2 V a vnitřním odporu
0,3 Ω. Jak je třeba zapojit tyto články /paralelně či do serie/, abychom zí-
li maximální proud zátěží

a/ 0,2 Ω.

b/ 16 Ω.

5.1.24 Jaké je napětí na svorkách paralelně zapojených galvanických článků,
jsou-li jejich elektromotorická napětí E_1 = 1,4 V, E_2 = 1,2 V a vnitřní odpo-
ry r_1 = 0,6 Ω, r_2 = 0,4 Ω ?



Obr.5.12

5.1.25 Několik galvanických článků je zapojeno podle
obr.5.12 pomocí vodičů zanedbatelného odporu.

a/ Jaký je potenciální rozdíl mezi dvěma libo-
volnými spojovacími vodiči v síti /např. A
a B, nebo B a C atd./, jsou-li všechny člán-
ky stejné?

b/ Jaký bude tento potenciální rozdíl, jestliže jsou elektromotorická napětí článků různá a jejich vnitřní odpory jsou úměrné těmto napětím?

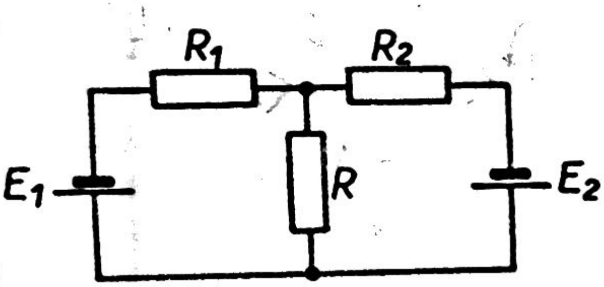
5.1.26 Za jakých podmínek je proud dodávaný do zátěže R dvěma bateriemi spojenými za sebou menší než proud dodávaný jednou z nich? Elektromotorická napětí baterií jsou E a E', vnitřní odpory r a r'.

5.1.27 Dva obvody mají společný odpor R - viz obr.5.13. Za předpokladu, že baterie jsou zapojeny proti sobě stanovte:

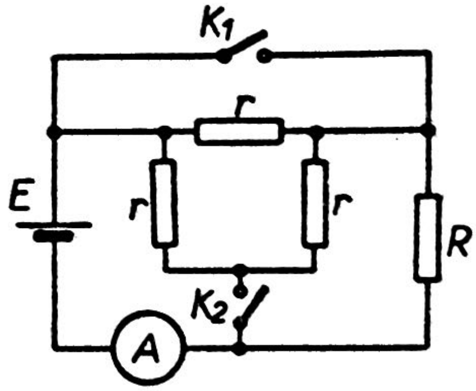
(a/ Proud tekoucí odporem R.

(b/ Podmínky za kterých neprotéká proud druhou baterií.

5.1.28 Vyberte odpor R v obr. 5.14 tak, aby při zapnutém klíči K_1 a vypnutém K_2 byla výchylka ampérmetru stejná jako při zapnutém K_2 a vypnutém K_1. Vnitřní odpor zdroje a ampérmetru zanedbejte.



Obr.5.13



Obr.5.14

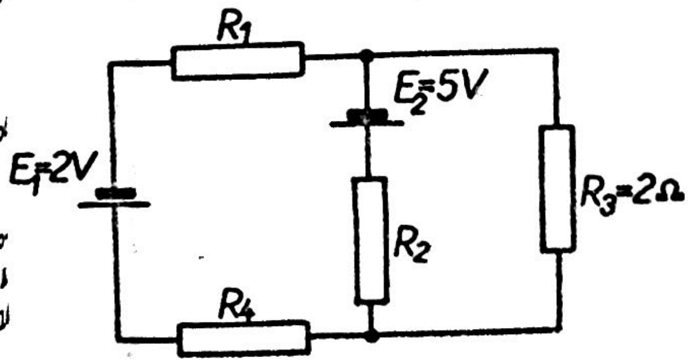
5.1.29 V zapojení na obr.5.15 jsou hodnoty odporů vybrány tak, že baterií E_1 neprotéká proud. Při zanedbání vnitřních odporů zdrojů zjistěte:

a/ Jaké napětí je na svorkách odporu R_2 ?

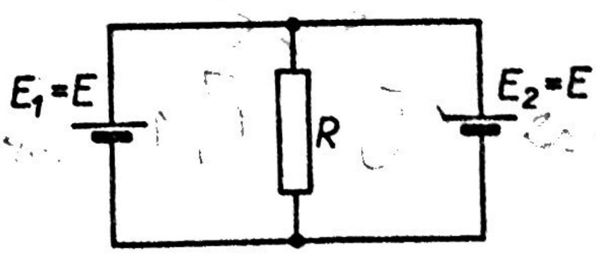
b/ Jaký proud protéká odporem R_3 ?

c/ Jaké hodnoty mají odpory R_1, R_2 a R_4 ?

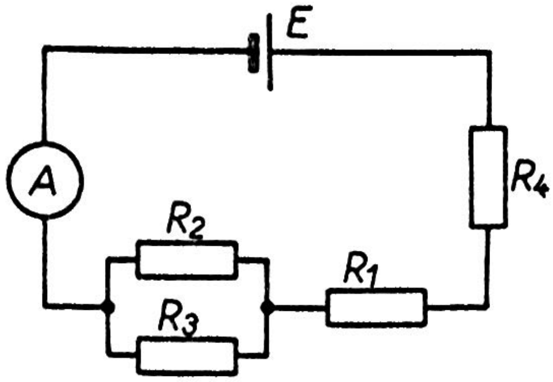
5.1.30 Galvanické články na obr.5.16 mají stejná elektromotorická napětí E. Pro vnitřní odpory článků platí $r_1 = r$, $r_2 = 2r$. Nalezněte hodnotu odporu R tak, aby článkem E_1 tekl proud $I_1 = E/2r$.



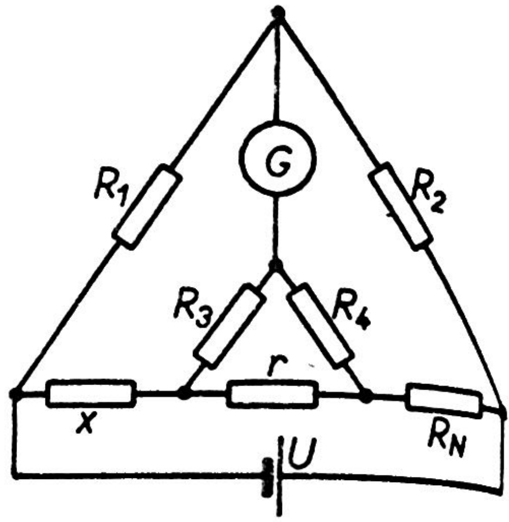
Obr.5.15



Obr.5.16



Obr.5.17



Obr.5.18

5.1.31 Zapojení podle obr.5.17 má tyto parametry: E = 120 V, R_3 = 20 Ω, R_4 = 25 Ω, spád napětí na odporu R_1 je 40 V. Ampérmetr ukazuje proud 2 A. Určete hodnotu odporu R_2. Vnitřní odpor zdroje a ampérmetru zanedbejte.

5.1.32 Mějme síť ve tvaru obdélníka o stranách 3a a 2a s plochou rozdělenou na šest čtverců o straně a. Síť je vytvořena z homogenního drátu jednotkové vodivosti s dokonalými spoji v uzlech. Určete odpor sítě mezi protějšími vrcholy obdélníka.

5.1.33 Udejte podmínku rovnováhy na Thomsonově dvojmostu /obr.5.18/

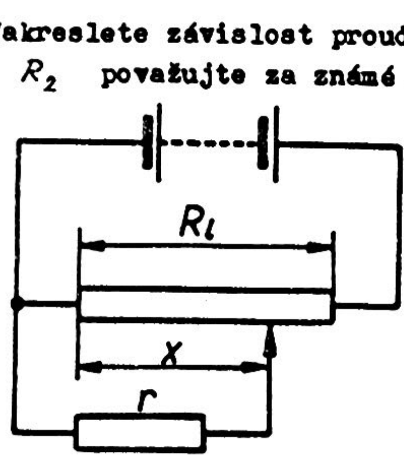
a/ v obecném případě

b/ v případě, že r je velmi malé

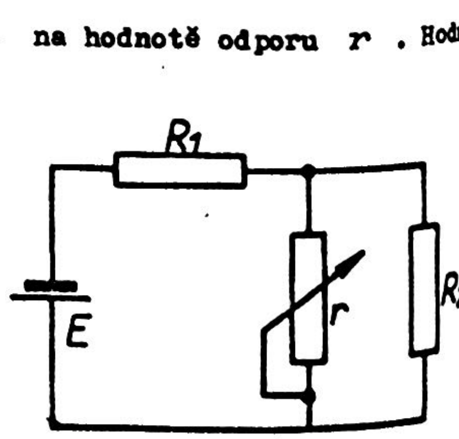
c/ v případě, že platí $R_1 = NR_3$, $R_2 = NR_4$.

5.1.34 Na obr. 5.19 je znázorněno schema potenciometru, kterým se mění napětí na zátěži r. Předpokládejte, že napětí zdroje je U a že potenciometr je zhotoven z homogenního vodiče délky l o celkovém odporu R_l. Určete U_r jako funkci vzdálenosti jezdce od jednoho konce potenciometru x. Vyšetřete speciální případ $r \gg R$.

5.1.35 Nakreslete závislost proudu odporem R_1 na hodnotě odporu r. Hodnoty E, R_1, R_2 považujte za známé /obr.5.20/.



Obr.5.19



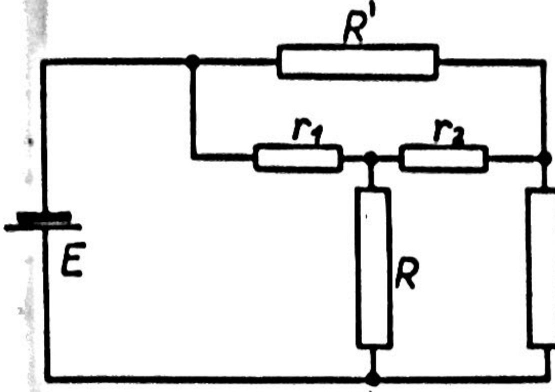
Obr.5.20

5.1.36 Mějme dánu síť podle obr.5.21 v níž platí $r_1 = r_2 = r$. Jak je třeba volit hodnotu r, aby proud tekoucí odporem r_2 byl nulový?

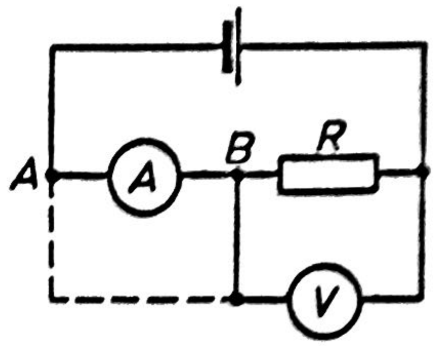
5.1.37 Odpor R se měří voltmetrem a ampérmetrem v zapojení podle obr.5.22.

a/ Určete relativní chybu stanovení hodnoty odporu, je-li voltmetr připojen v bodě A a zanedbáme-li odpor ampérmetru.

b/ Určete relativní chybu stanovení odporu, je-li voltmetr připojen v bodě B a zanedbáme-li proud tekoucí voltmetrem.



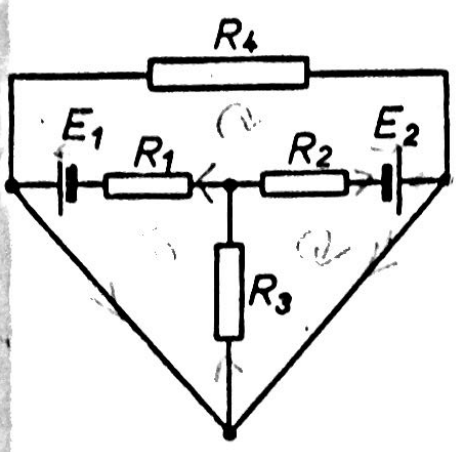
Obr.5.21



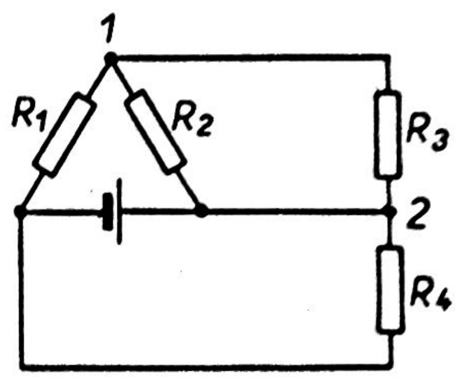
Obr.5.22

5.1.38 Na obr.5.23 jsou odpory $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$. Spočítejte proudy tekoucí jednotlivými odpory. Odpory spojovacích vodičů a vnitřní odpory článků zanedbejte.

5.1.39 Ve schematu na obr.5.24 jsou známy odpory R_1, R_2, R_3, proud I tekoucí baterií a rozdíl potenciálů V_{12} mezi body 2 a 1. Vypočtěte hodnotu odporu R_4.

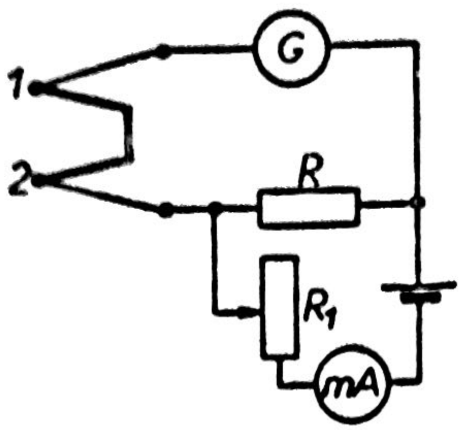


Obr.5.23

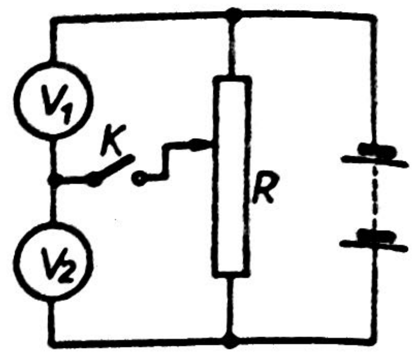


Obr.5.24

5.1.40 K měření teploty termoelektrickým článkem lze použít zapojení podle obr. 5.25, jestliže se reostatem R_1 nastaví nulová výchylka galvanometru. Určete teplotní rozdíl mezi spoji termočlánku, je-li $R = 0{,}1\ \Omega$ a miliampérmetr ukazuje 1,4 mA při nulovém proudu galvanometrem G. Koeficient termoelektrického napětí považujte v daném teplotním oboru za konstantní a rovný $4{,}4.10^{-5}$ V/deg.



Obr.5.25



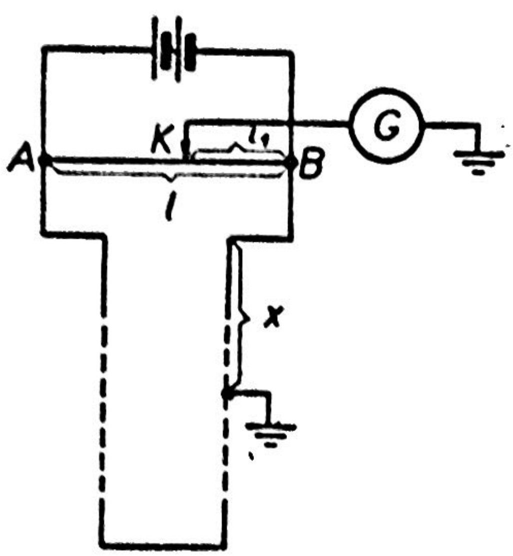
Obr.5.26

5.1.41 Dva voltmetry s vnitřními odpory 6 kΩ a 4 kΩ jsou zapojeny po obr.5.26. Napětí zdroje činí 180 V. R = 10 kΩ

a/ Jaké jsou údaje voltmetrů při rozpojeném klíči K ?

b/ Jaké jsou údaje voltmetrů, je-li klíč sepnut a jezdec se nachází v p. vině odporu R ?

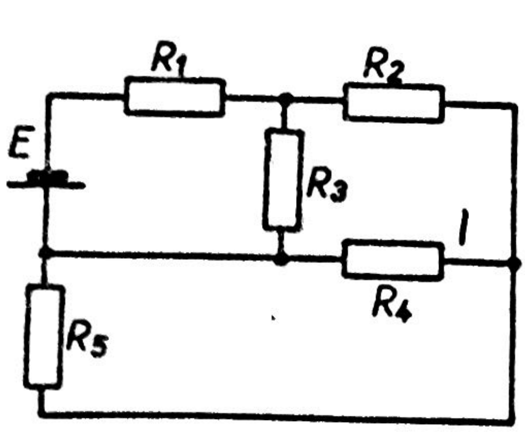
c/ Při jaké poloze jezdce na odporu R jsou údaje obou voltmetrů stej.



Obr.5.27

5.1.42 K určení polohy poškozeného místa jednom z vodičů podpovrchového kabelu se užívá mostového zapojení podle obr.5.27. AB je odporový drát po kterém se pohybuje kontakt K . Určete vzdálenost poškozeného místa, jestliže výchylka galvanometru je n lová při vzdálenosti kontaktu K 41 cm od konce B. Odporový drát je dlouhý 100 cm, délka kabelu je 7,8 km.

5.1.43 K Wheastoneva můstku je připojeno napětí U . Galvanometr v můstku má odpor a protéká jím proud I , jsou-li v jednotl větvích odpory x , r_1 , r_2 , r_3 . Urč velikost neznámého odporu x .



Obr.5.28

5.1.44 Ve schematu na obr.5.28 jsou znám hodnoty všech odporů a proud tekoucí odpor R_4 . Nalezněte elektromotorické napětí bat Vnitřní odpor baterie zanedbejte.

5.1.45 Zapojíme-li mezi dva uzly stejnosm sítě voltmetr, ukáže hodnotu 50 V. Jiný vo metr ukáže mezi stejnými body 51 V, elektr statický voltmetr ukáže 52 V. Přerušíme-li větev mezi uvažovanými uzly, ukáže elektro tický 65 V. Vypočítejte odpor této větve a vnitřní odpor druhého voltmetru, je-li vni odpor prvého 6500 Ω .

2724

5.1.46 Člověk stojící na zemi se dotýká jednoho z vodičů vedení o napětí 600 V. Jaký proud projde lidským tělem, odhaduje-li se jeho odpor na 50 000 Ω ? Izolační odpor mezi vodičem kterého se člověk dotýká a zemí je 50 000 Ω , izolační odpor druhého vodiče je 400 000 Ω . Odpor země můžeme zanedbat.

5.1.47 Pro stanovení izolačního odporu vodičů pod napětím měří se voltmetrem s velkým vnitřním odporem r_v postupně napětí mezi prvním a druhým vodičem $/U/$, mezi prvním vodičem a zemí $/U_1/$, mezi druhým vodičem a zemí $/U_2/$. Čemu jsou rovny izolační odpory prvního a druhého vodiče vzhledem k zemi, je-li: r_v = = 20 kΩ, U = 120 V, U_1 = 8 V, U_2 = 10 V ?

5.2 Lineární střídavé obvody

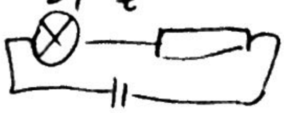
5.2.1 Žárovka 120 V, 100 W je přes impedanci Z připojena na síť 220 V, 50 Hz tak, že pracuje při jmenovitých hodnotách napětí a výkonu. Předpokládejte, že

a/ $Z = R$

b/ $Z = \omega L$

c/ $Z = 1/\omega C$

U_2, W_2



$U_2 + J \cdot R = 220$

Spočtěte potřebné hodnoty odporu R , indukčnosti L , kapacity C . Určete výkon, který je v jednotlivých případech dodáván ze sítě a nakreslete fázové diagramy obvodu pro jednotlivé případy.

5.2.2 Zdroj elektromotorického napětí $\mathcal{E}$ dodává do sítě výkon P při daném účiníku $\cos\varphi$. Dokažte že reálná složka impedance sítě je dána vztahem

$$\frac{\mathcal{E}^2 \cos\varphi}{P}$$

5.2.3 Třífázová akumulační kamna odebírají ze sítě výkon 10 kW, jsou-li jejich spirály propojeny do hvězdy. Vypočítejte jaký výkon budou kamna odebírat, propojí-li se topná tělesa do trojúhelníka. Při výpočtu předpokládejte, že topná tělesa reprezentují čistě ohmický odpor a zatěžují všechny fáze sítě rovnoměrně. Teplotní změny odporu zanedbejte.

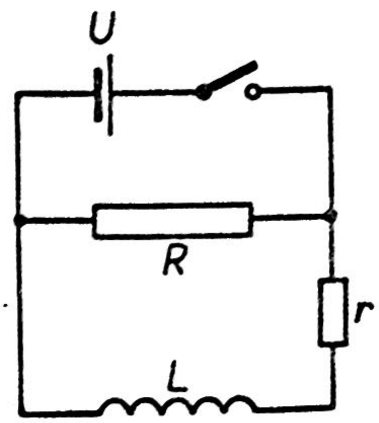
5.2.4 Třífázový elektromotor o výkonu 20 kW má propojeno vinutí do trojúhelníka. Vypočítejte na jaký proud je třeba dimensovat přívodní vedení za předpokladu, že motor má účinnost 90 %, zatěžuje jednotlivé fáze rovnoměrně, přičemž fázový posuv mezi proudem a napětím v každé fázi činí 30°. Na jaký proud by bylo třeba dimensovat vedení, kdyby motor stejného výkonu měl spojeno vinutí do hvězdy?

5.2.5 Řešte obvod podle obr.5.29 /viz na následující straně/, v němž jsou za sebou zapojeny v souhlasné fázi dva totožné zdroje střídavého napětí a kapacita je volena tak, že pro maximální hodnotu odporu R_m platí $R_m \gg 1/\omega C$. Diskutujte velikost a fázi napětí U_z na svorkách AB v závislosti na poloze jezdce. Sestrojte fázový diagram obvodu.

5. Řešení elektrických obvodů a sítí

5.1 Lineární stejnosměrné obvody

5.1.1 Při trvale připojeném zdroji se zanedbatelným vnitřním odporem protéká indukčnostní proud $i = \frac{U}{r}$ /viz obr.5.61/. Po odpojení zdroje je okamžitá hodnota proudu $i(t)$ určena diferenciální rovnicí



Obr.5.61

$$0 = L\frac{di}{dt} + (R+r)\,i$$

Po zavedení počátečních podmínek:

$$i = \frac{U}{r} \quad \text{pro} \quad t = 0$$

$$i = 0 \quad \text{pro} \quad t \to \infty$$

dostaneme řešení ve tvaru

$$i = \frac{U}{r}\, e^{-\frac{R+r}{L}t}$$

Napětí na odporu R je tedy

$$V = \frac{R}{r}\, U e^{-\frac{R+r}{L}t}$$

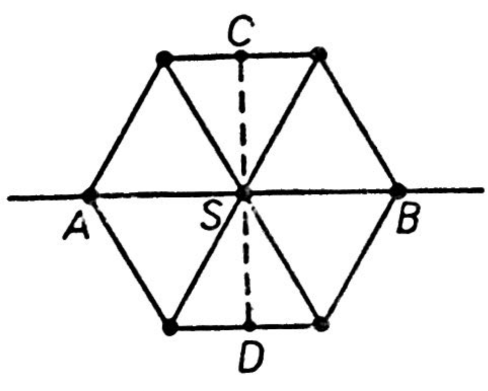
Pro $\tau = 0{,}01\ s$ je $V_\tau = 1{,}7$ kV /Špičková hodnota je 4 kV/

5.1.2 Při zapnutí $V(t) = \frac{rR}{R+r} I(t) =$

$$= E\left(1 - \frac{R}{R+r} e^{-\frac{rR}{L(R+r)}t}\right),$$

při vypnutí $V(t) = R\,I(t) =$

$$= E\left(1 + \frac{R}{r}\, e^{-\frac{R}{L}t}\right).$$

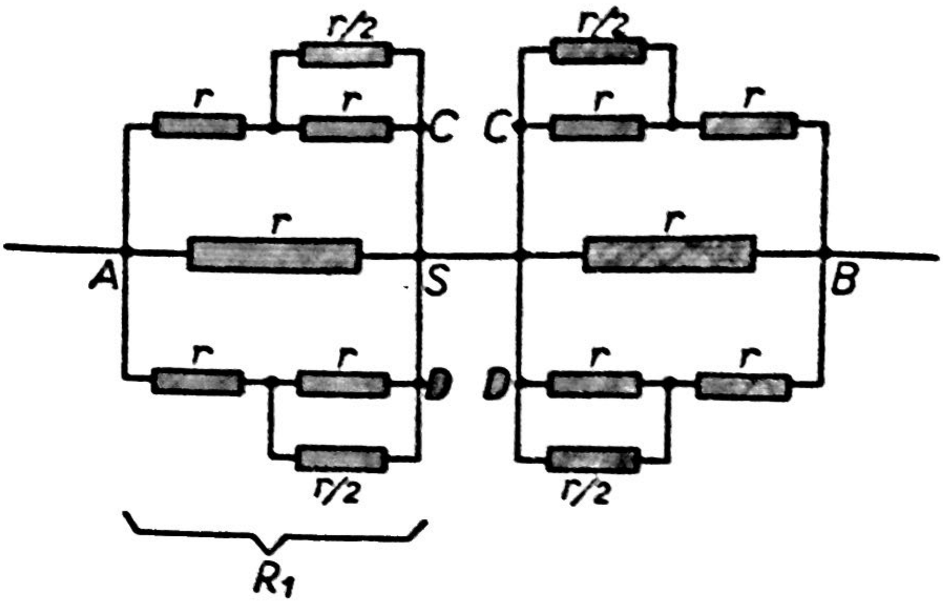


Obr.5.62

5.1.3 $\tau = \frac{L}{R}\left(lg\,U - lg\,(U - RI_z)\right)$

poněvadž $I_z = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$

5.1.4 Body o stejném potenciálu lze spojit nakrátko, aniž dojde ke změně proudů v síti. V uvedené síti jsou to body C, D a S v obr.5.62.



Obr.5.63

Síť se tedy transformuje na tvar uvedený na obr.5.63.
Odpor sítě $R = 2\,R_1$

a

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{r} + 2\,\frac{1}{r + \dfrac{1}{\dfrac{1}{r} + \dfrac{2}{r}}} = \frac{10}{4}\;\frac{1}{r}$$

odtud $R = 0{,}8\,r$

5.1.5 $\quad \dfrac{5}{11}\,r$

5.1.6 $\quad \dfrac{1}{2}\,r$

5.1.7 Provedeme transformace analogické řešení příkladu 5.1.4.

a/ Odpor mezi vrcholy ležícími na tělesové úhlopříčce krychle.

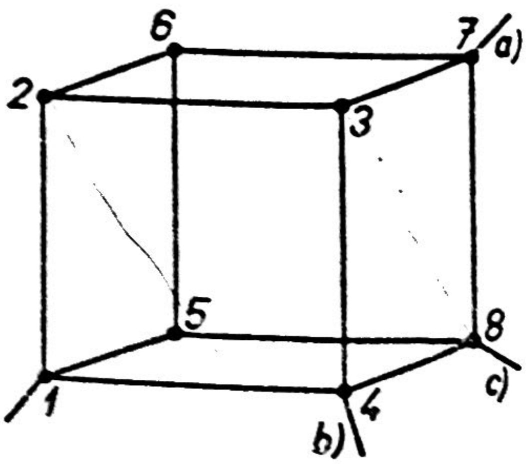
$R = \dfrac{5}{6}\,r$ viz obr.5.64 a 5.65

b/ Odpor mezi vrcholy ležícími na hraně krychle.

$R = \dfrac{7}{12}\,r$ viz obr.5.64 a 5.66

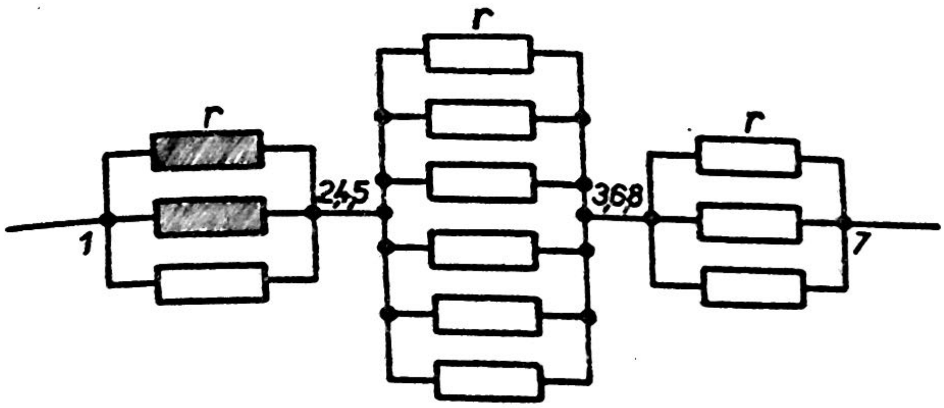
c/ Odpor mezi vrcholy ležícími na stěnové úhlopříčce krychle.

$R = \dfrac{3}{4}\,r$ viz obr.5.64 a 5.67

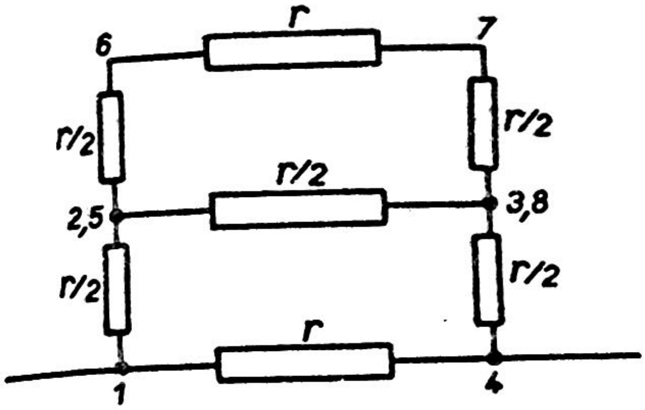


Obr.5.64

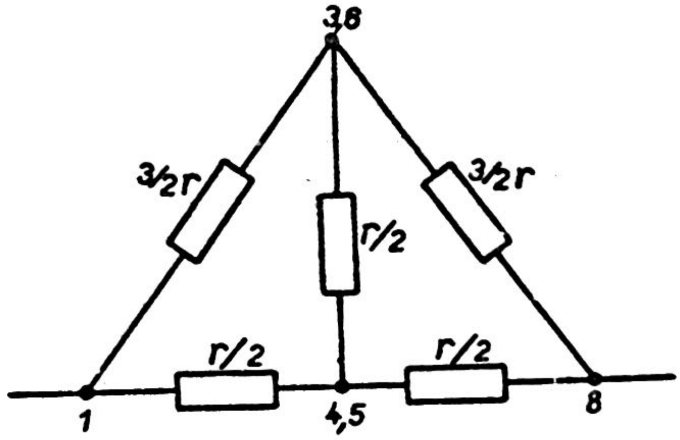
/Obr.5.65, 5.66, 5.67 viz na následující straně/



Obr.5.65



Obr.5.66



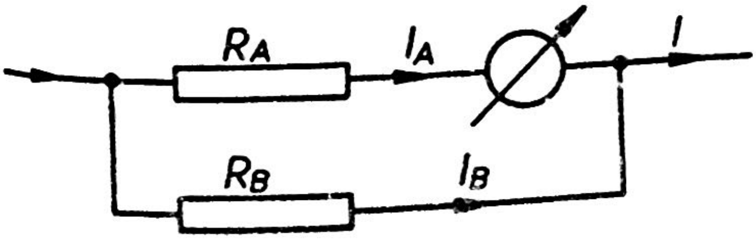
Obr.5.67

5.1.8 $\frac{7}{5}\,r$

5.1.9 a/ $$R = \frac{(a+b)\sqrt{a^2+b^2}}{2\sqrt{a^2+b^2}+(a+b)}\,\varrho$$

b/ $$R = \frac{2ab+(a+b)\sqrt{a^2+b^2}}{2\sqrt{a^2+b^2}+(a+b)}\,\varrho$$

/řešit metodou obvodových proudů/.



Obr.5.68

5.1.10 a/ Podle Kirchhoffových zákonů

$$I = I_A + I_B$$

a napětí mezi uzly

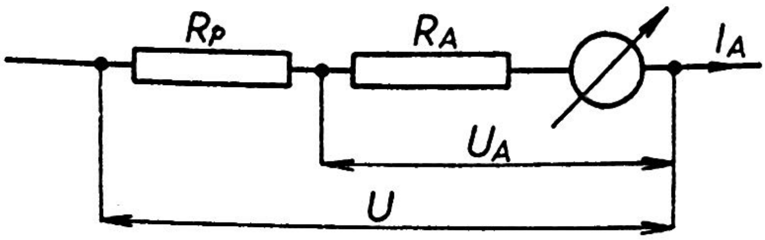
$$U = U_A = U_B = I_A R_A = I_B R_B$$ viz obr.5.68.

Odtud je tedy $$\frac{I_B}{I_A} = \frac{R_A}{R_B} = \frac{I}{I_A} - 1 ,$$

označíme-li $n = \dfrac{I}{I_A}$ zvětšení proudového rozsahu přístroje, je velikost bočníku dána vztahem

$$R_B = \frac{R_A}{n-1}$$

tedy $R_B = \frac{5}{9}\,\Omega$



Obr.5.69

b/Napětí mezi uzly je

$$U = R_A I_A + R_p I_A =$$

$$= U_A + R_p I_A$$ viz obr.5.69

Označíme-li $m = \dfrac{U}{U_A}$ zvětšení napěťového rozsahu přístroje, je velikost předřadného odporu dána vztahem

$$R_p = R_A\,(m-1)$$

tedy $R_p = 9\,995\,\Omega$

5.1.11 $261\ \Omega$ $\left(R_p = R_i\,\dfrac{n-1}{n}\right)$

5.1.12 $30\ A$

5.1.13 $0{,}025\ A$ /dílek

5.1.14 $R_1 = 0{,}01\,\Omega$, $R_2 = 0{,}03\,\Omega$, $R_3 = 0{,}06\,\Omega$, $R_4 = 0{,}3\,\Omega$, $R_5 = 0{,}6\,\Omega$, $R_6 = 4\,\Omega$

5.1.15 $R_2 = 420\,\Omega$ $\left(R_2 = \dfrac{R + R_3}{n-1}\right)$; $R_1 = 1800\,\Omega$ $(R_1 = R + R_3 - R_g)$

Řešení soustavy 3 nelineárních rovnic určuje nezávisle R_1, R_2, R_3:

$$R_1 = \frac{nR - R_g}{n+1}, \quad R_2 = \frac{n(R+R_g)}{n^2-1}, \quad R_3 = \frac{nR_g - R}{n+1}$$

$$S_I = \frac{T_0}{2\pi}\,\frac{1}{n\,C_b}\,e = 6{,}5 \cdot 10^7\ mm/m/A$$

5.1.16 $r_i = r_g - R$ /odpory $\overline{BC}$, $\overline{BD} \neq 0$ /

5.1.17 $$I_1 = \frac{r(2E_1 - E_2 + E_3) + R(E_1 - E_2)}{3r^2 + 2Rr},$$

$$I_2 = \frac{r(-E_1 + 2E_2 + E_3) - R(E_1 - E_2)}{3r^2 + 2Rr}, \quad I_3 = \frac{E_1 + E_2 + 2E_3}{3r + 2R}$$

5.1.18 $$I_1 = \frac{E_1 r_2 + (E_1 - E_2)R}{R(r_1 + r_2) + r_1 r_2}, \quad I_2 = \frac{E_2 r_1 + (E_2 - E_1)R}{R(r_1 + r_2) + r_1 r_2}$$

$$I = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{R(r_1+r_2) + r_1 r_2} \; ; \quad E = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2} \, , \quad r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$$

specielně pro $E_1 = E_2 = E$, $\quad r = \dfrac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$

pro $r_1 = r_2$, $E = \dfrac{E_1 + E_2}{2}$, $r = \dfrac{r_1}{2} = \dfrac{r_2}{2}$

5.1.19 a/ $U = 2{,}93\ V$, b/ $U = 2{,}4\ V$ $\left(U = E \dfrac{R R_V}{R(R + R_V) + R R_V}\right)$

5.1.20 $n_1 = 2$, $n_2 = 200$ /Nalezněte maximum výrazu pro proud baterie článků, která má vnitřní odpor $\dfrac{n_2 R_i}{n_1}$ a napětí $n_2 E$ /

5.1.21 $I_B = 1{,}84\ A$; $I_Z = 2{,}72\ A$

5.1.22 a/ $U_1 = \dfrac{-r_1 + r_2 + R}{r_1 + r_2 + R} E$, $\quad U_2 = \dfrac{r_1 - r_2 + R}{r_1 + r_2 + R} E$

b/ $r_2 = r_1 + R$

5.1.23 a/ paralelně $I = \dfrac{2E}{r + 2R} = 5{,}71\ A$

b/ seriově $I = \dfrac{2E}{2r + R} = 0{,}244\ A$

/Kriteriem proudového přizpůsobení je poměr $\dfrac{r}{R} \lesseqgtr 1$/

5.1.24 $U = 1{,}28\ V$

5.1.25 a/ Nulový potenciální rozdíl.

b/ Nulový potenciální rozdíl.

5.1.26 pro článek E : $\dfrac{E'}{r'} < \dfrac{E}{r + R}$; pro článek E': $\dfrac{E}{r} < \dfrac{E'}{r' + R}$

Úloha je splněna, vyhovuje-li $R > 0$ jednomu z těchto vztahů:

$$R < \frac{E}{E'} r' - r$$

pak proud baterie E je větší než proud sériového zapojení E, E'

$$R < \frac{E'}{E} r - r'$$

pak proud baterie E' je větší než proud sériového zapojení E, E'

5.1.27 a/ $I_R = \dfrac{E_1 R_2 + E_2 R_1}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2}$

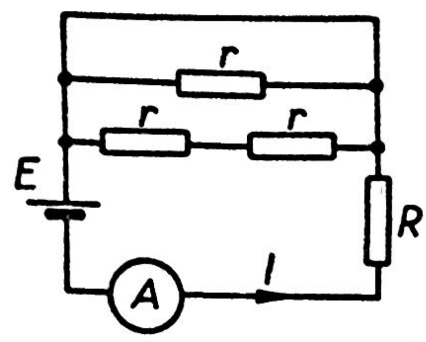
b/ $E_2 = E_i \cdot \dfrac{R}{R + R_1}$

5.1.28 Překreslíme síť pro obě polohy klíčů.

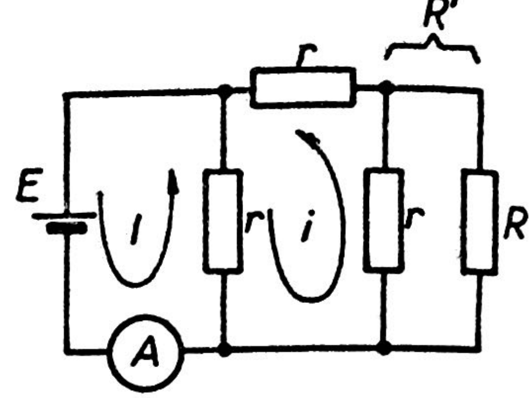
a/ K_1 zapnut, K_2 vypnut - viz obr.5.70

Klíč K_1 zkratuje odpory r , tedy $I = \frac{E}{R}$

b/ K_1 vypnut, K_2 zapnut - viz obr.5.71



Obr.5.70



Obr.5.71

Zavedeme $R' = \frac{rR}{r+R}$, vyznačíme v síti nezávislé obvodové proudy I a i a sestavíme příslušnou soustavu rovnic. Vytvoříme matici soustavy a řešíme Cramerovým pravidlem.

$$E = rI - ri \qquad\qquad \begin{array}{c|cc|} E & r & -r \\ 0 & -r & 2r+R' \end{array}$$

$$0 = (2r+R')i - rI$$

$$I = \frac{2r + R'}{r(r+R')} E$$

Porovnáme proudy I ve schematu a/ a b/ a dostaneme

$$R = \frac{r}{\sqrt{3}}$$

5.1.29 Zavedeme v síti nezávislé obvodové proudy I_1 a I_2 a řešíme soustavu rovnic

$$E_1 - E_2 = (R_1 + R_2 + R_4)\, I_1 - R_2 I_2$$

$$E_2 = (R_2 + R_3)\, I_2 - R_2 I_1$$

Úloha vyžaduje, aby

$$I_1 = \frac{E_1(R_2 + R_3) - E_2 R_3}{(R_1+R_2+R_4)R_3 + (R_1+R_4)R_2} = 0$$

odtud $$R_2 = \frac{R_3(E_2 - E_1)}{E_1}$$

a/ Napětí na odporu R_2 je $U_2 = R_2 I_2$, protože $I_1 = 0$

Řešením soustavy rovnic pro obvodové proudy získáme

$$I_2 = \frac{E_2(R_1+R_4) + E_1 R_2}{(R_1+R_2+R_4)R_3 + (R_1+R_4)R_2} .$$

Po dosazení číselných hodnot

$$U_2 = 3\,V$$

b/ Odporem R_3 protéká proud I_2 vypočtený v odstavci a/

$$I_2 = 1A$$

c/ $R_2 = 3\,\Omega$, hodnoty odporů R_1 a R_4 jsou libovolné.

1.30 $R = \frac{2}{3} r$

1.31 Podle Ohmova zákona $I = \dfrac{E}{R_1 + R_4 + R}$,

kde $\dfrac{1}{R} = \dfrac{R_2 + R_3}{R_2 R_3}$

V souhlase s Kirchhoffovými zákony

$$E = IR + I(R_1 + R_4)$$

$$I = I_2 + I_3$$

Označme napětí mezi uzly U

$$U = E - I(R_1 + R_4)$$

potom $I_3 = \dfrac{U}{R_3}$

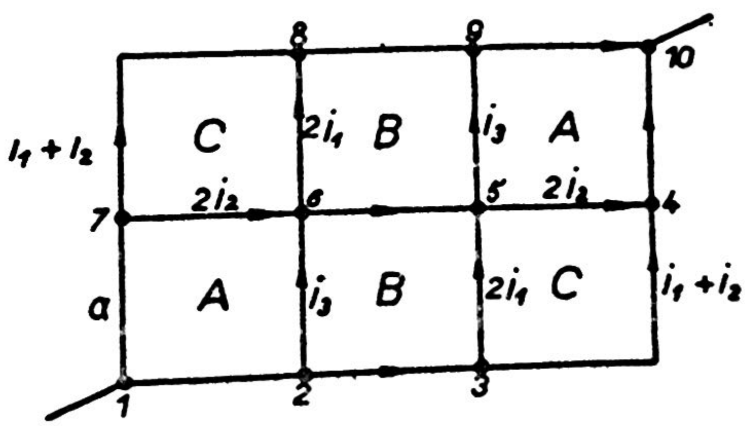
$$a \quad R_2 = \frac{U}{I - I_3} = \frac{U}{I - \frac{U}{R_3}}$$

Po dosazení dostáváme $R_2 = 60\,\Omega$

1.32 Řešíme s využitím středové symetrie obrazce a s použitím Kirchhoffových zákonů.

V obr.5.72 rozeznáváme 3 typy čtverců A , B , C.

Označme definitoricky proud mezi uzly /3-5/ $2i_1$, analogicky mezi uzly /6-8/, proud mezi uzly /5-4/ $2i_2$, analogicky mezi uzly /7-6/ a dále proud mezi uzly /2-6/ i_3 , analogicky mezi uzly /5-9/. Ve čtverci C je tudíž napětí mezi uzly /3-4/, analogicky /7-8/ rovno



Obr.5.72

$2 i_1 a \ + 2 i_2 a \ = 2a(i_1 + i_2)$, teče tedy mezi /3-4/ po obvodu obdélníka proud $i_1 + i_2$.

Ze zákona o proudech v uzlech odvodíme proudy mezi dalšími dvojicemi uzlů

/6-5/ $i_3 + 2i_2 - 2i_1$

/4-10/ $i_1 + 3i_2$ analog. /1-7/

/2-3/ $3i_1 + i_2$ analog. /8-9/

/9-10/ $i_3 + 3i_1 + i_2$ analog. /1-2/

Ve čtverci B je napětí mezi uzly /6-9/, analog. /2-5/ rovno

$$a(3i_1 + i_2 + 2i_1) = a(i_3 + i_3 + 2i_2 - 2i_1)$$

tedy

$$7i_1 - i_2 - 2i_3 = 0 \qquad (*)$$

Ve čtverci A vyplývá podobně ze vztahu pro napětí mezi uzly /5-10/, analog. /1-6/, výraz

$$2i_1 - 4i_2 + 2i_3 = 0 \qquad (**)$$

Řešení výrazů $(*)$ a $(**)$ dává

$$i_2 = \frac{9}{5} i_1 \qquad \text{a} \qquad i_3 = \frac{13}{5} i_1$$

Dosadíme za i_2 a i_3 do výrazu pro celkový proud vtékající do uzlu 1, resp. vytékající z uzlu 10

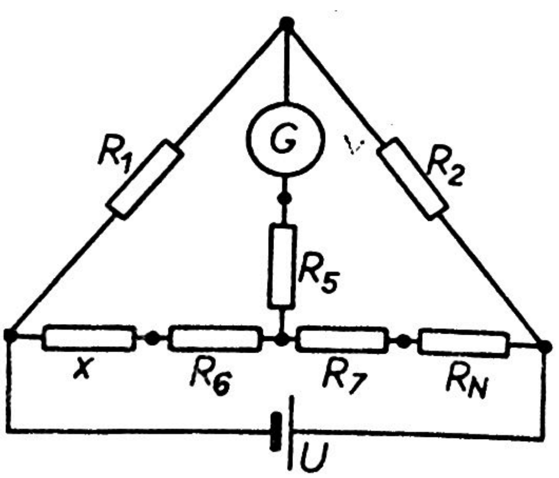
$$I = 4i_1 + 4i_2 + i_3 = \frac{69}{5} i_1$$

a do výrazu pro celkové napětí mezi uzly /1-10/

$$U = a(4i_1 + 4i_2 + 5i_3) = \frac{121}{5} i_1 \cdot a$$

Odpor sítě je tedy $\frac{121}{69} a$

5.1.33 Transformujte trojúhelník odporů R_3, R_4, r na hvězdu s odpory R_5, R_6, R_7 /obr.5,73/ podle vztahů



Obr.5.73

$$R_5 = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4 + r}, \qquad R_6 = \frac{r R_3}{R_3 + R_4 + r},$$

$$R_7 = \frac{r R_4}{R_3 + R_4 + r}$$

a/ $x = \frac{R_1}{R_2} R_N + \frac{r R_4}{R_3 + R_4 + r}\left(\frac{R_1}{R_2} - \frac{R_3}{R_4}\right)$

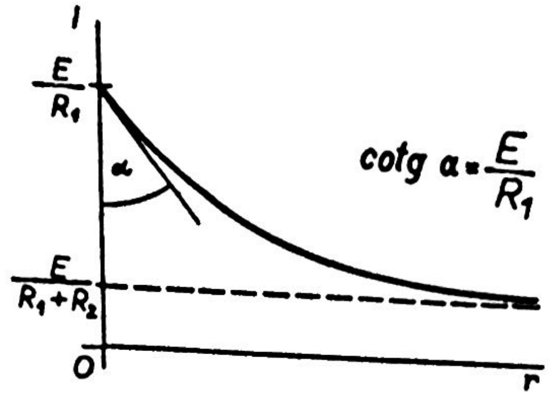
b/ pro $r \to 0$ platí $x \to \frac{R_1}{R_2} R_N$

c/ platí přesně $x = \frac{R_1}{R_2} R_N$

5.1.34 $U_1 = \dfrac{rlx}{rl^2+rlx-Rx^2}\,U$; pro $r \gg R$ platí $U_1 = U\dfrac{x}{l}$

5.1.35 $I = \dfrac{E(R_2+r)}{(R_1+R_2)r+R_1R_2}$, $\left(\dfrac{dI}{dr}\right)_{r=0} = -\dfrac{E}{R_1^2}$

V obr.5.74 $\operatorname{cotg}\alpha = \dfrac{E}{R_1}$



Obr.5.74

5.1.36 $r = R'$

5.1.37 a/ $\dfrac{\Delta R}{R} = \dfrac{R_A}{R}$

b/ $\dfrac{\Delta R}{R} = \dfrac{R}{R+R_V}$

5.1.38 $I_1 = \dfrac{2E_1-E_2}{3R}$, $I_2 = \dfrac{2E_2-E_1}{3R}$,

$I_3 = \dfrac{E_1+E_2}{3R}$, $I_4 = 0$

5.1.39 $R_4 = \dfrac{V_{12}(R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}{I\,R_2R_3 - V_{12}(R_2+R_3)}$

5.1.40 $t = 3{,}2\ deg \qquad \left(\Delta t = \dfrac{Ri}{e}\right)$

5.1.41 a/ $U_1 = 108\ V$, $U_2 = 72\ V$

b/ $U_1 = 99\ V$, $U_2 = 81\ V$

c/ 4 000 Ω a 6 000 Ω

5.1.42 6,4 km

5.1.43 $x = \dfrac{r_3\left[Ur_2 + I(r_2R + r_4R + r_2r_4)\right]}{Ur_4 - I\left[r_3(r_2+r_4+R) + r_4(r_2+R)\right]}$

5.1.44 $E = \dfrac{I_4}{R_3R_5}\left[R_1(R_2R_4 + R_2R_5 + R_3R_5 + R_4R_5) + R_3(R_1R_4 + R_2R_4 + R_2R_5 + R_4R_5)\right]$

5.1.45 Aplikujte Théveninův teorém.

Odpor sítě mezi uzly je 1300 Ω , zbytek sítě lze nahradit ekvivalentním zdrojem s vnitřním odporem 325 Ω . Odpor druhého voltmetru je 13260 Ω .

5.1.46 0,71 mA

5.1.47 $R_1 = 204\ k\Omega \qquad R_1 = r_V\,\dfrac{U-U_1-U_2}{U_2}$

$R_2 = 255\ k\Omega \qquad (R_2 = r_V\,\dfrac{U-U_1-U_2}{U_1}$