Magnetické pole v látkách

→ všechno je magneticky aktivní ; elektron.... orbitální moment, spin (magnetický moment)

→ vektor magnetická polarizace $\vec{P}_m(\vec{r})$; magnetizace $\vec{M}(\vec{r})$: $\boxed{\vec{P}_m(\vec{r}) = \mu_0 \vec{M}(\vec{r})}$

magnetický moment $\vec{p}_m$: $\vec{p}_m = \mu_0 \vec{m}$ $\qquad \vec{p}_m = \int_V \vec{P}_m \, dV$

.... magnetizace indukuje tzv. magnetizační proudy (nejsou reálné, pouze pro popis)

$\vec{j}_{S,m} = \vec{M} \times \vec{n}$ $\qquad \vec{j}_m = \mathrm{rot}\, \vec{M}$ $\qquad \boxed{I_m = \int_S \mathrm{rot}\, \vec{M} \cdot d\vec{S} = \oint_l \vec{M} \cdot d\vec{l}}$

Ampérův zákon v látkovém prostředí

$$\oint_l (\vec{B} - \mu_0 \vec{M}) \cdot d\vec{l} = \oint_l (\vec{B} - \vec{P}_m)\, d\vec{l} = \mu_0 I$$

diferenciální vztah: $\boxed{\mathrm{rot}\, \vec{H} = \vec{j}}$

intenzita magnetického pole $\vec{H}(\vec{r})$

$\boxed{\vec{H}(\vec{r}) = \dfrac{\vec{B}(\vec{r}) - \vec{P}_m(\vec{r})}{\mu_0}}$ $\qquad \boxed{\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = I}$

→ tečné složky $\vec{H}$ nespojité ; normálové složky $\vec{B}$ spojité.

Materiálové vztahy, susceptibilita, permeabilita

slabé magnetické látky × silné magnetické látky

→ malá magnetizace

→ $\vec{M}(\vec{r}) = \chi_m \vec{H}(\vec{r})$

→ $\vec{P}_m(\vec{r}) = \mu_0 \chi_m \vec{H}(\vec{r})$

→ $\vec{B}(\vec{r}) = \mu \vec{H}(\vec{r})$

→ χ_m → magnetická susceptibilita látky

→ $\mu = \mu_0(1+\chi_m)$ → permeabilita látky

→ $\mu_r = (1+\chi_m)$ → relativní permeabilita

$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ $\qquad \mu = \frac{B}{H}$

→ susceptibilita může být v anizotropních látkách (např. krystal) tenzor

→ $\chi_m < 0$ ... diamagnetické

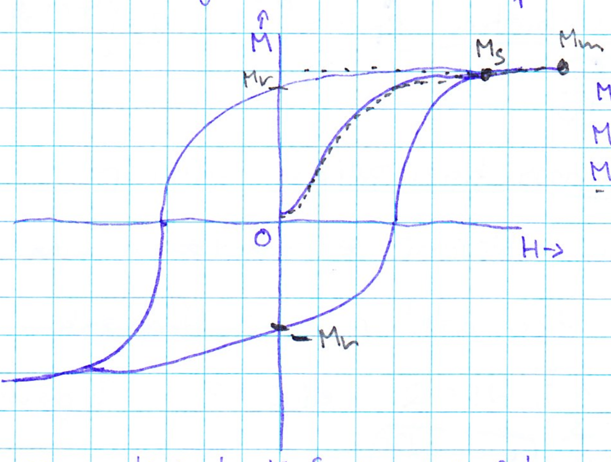
→ $\chi_m > 0$ ... paramagnetické

→ Curieův zákon $\boxed{\chi_m = \frac{C}{T}}$ → Curieova konst.

→ značné hodnoty

→ např. feromagnetické – hysterézní křivka

závislost magnetizace na intenzitě pole



M_s... spontánní m.

M_r... remanentní m.

M_m... prvotní m.

→ magneticky tvrdé feromag. → zůstane trvale zmagn.

→ T_c – Curieova teplota... při které magnetizace látky klesne na 0. $\boxed{\chi_m = \frac{C}{T - T_c}}$ $\quad T > T_c$

Magnetický obvod

izotropní, homogenní, lineární prostředí ⇒ platí $\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu I$

→ magnetické tokové čáry jsou uzavřené křivky

↳ magnetická toková trubice (uzavřená)

→ magnetomotorické napětí $\mathcal{E}_m$ $\qquad \boxed{\mathcal{E}_m = I_c = \oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l}}$

$U_m = I \cdot R_m$

$\boxed{U_{m,i} = \int_{l_i} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \Phi \int_{l_i} \frac{dl}{\mu S}}$

Hopkinsův zákon: $\mathcal{E}_m = \sum_{i=1}^{N} U_{m,i}$

z... počet závitů $\qquad \boxed{I_c = I \cdot z}$ ... "ampér závit"

Magnetostatické pole

→ magnetické pole, jež vzniká bez přítomnosti volného proudu.
→ pole objemově rozložených magnetických dipólů ... $\vec{M}(\vec{r})$
↳ zmagnetizovaných těles

$\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = 0$ $\quad \mathrm{rot}\,\vec{H} = 0$

$\sigma_m = \vec{M}\cdot\vec{n}$ $\quad \rho_m = -\mathrm{div}\,\vec{M}$ $\quad \oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$

$\vec{H} = -\mathrm{grad}\,\varphi_m(\vec{r})$ $\quad \boxed{\vec{B} = \mu_0\vec{H} + \mu_0\vec{M}}$ $\quad \varphi_m(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi}\left[\int_V \frac{\rho_m}{R}dV + \int_S \frac{\sigma_m}{R}dS\right]$

formální analogie: $\vec{E}$ a $\vec{H}$; $\vec{D}$ a $\vec{B}$

→ mimo těleso: $\vec{B} = \mu_0\vec{H}$ $\quad$ uvnitř: $\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{H} + \vec{M}$

→ demagnetizační faktor → sešit XX.

Kvazistacionární pole, elmag. indukce

indukovaná elektromotorické napětí $\mathcal{E}_F(t) = RI(t)$

Zákon EMG indukce: $\boxed{\mathcal{E}_F(t) = -\frac{d\Psi}{dt}}$ $\quad \Psi$... celkový tok → $\Psi = \sum_i \Phi_i$

→ orientace $\mathcal{E}$ je taková aby indukovaný proud kompenzoval Ψ.
→ aby byl magnetický tok určen jednoznačně, musí platit $\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$

Pro nehybnou smyčku: $\boxed{\mathcal{E}_F(t) = -\int_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}d\vec{S}}$

Souvislost mezi EMG indukcí a silovými účinky mag. pole

+ sešit XXI.

a) přímý vodič v homog. poli $\quad \boxed{\vec{E} = -\vec{v}\times\vec{B}}$ $\quad \boxed{\mathcal{E}I = RI^2 - \mathcal{E}_F\cdot I}$

b) elektrický stroj $\quad \boxed{\mathcal{E}_F = |\vec{v}\times\vec{B}|\,p = v\cdot B\cdot p}$ $\quad \boxed{\mathcal{E}_F = \oint \vec{E}_F^{*}\,d\vec{l} = v\cdot B\cdot p}$

c) princip fluxmetru $\quad \boxed{\mathcal{E}_F = -\frac{d\Psi}{dt}}$ $\quad q = \int_{t_1}^{t_2} I(t)dt = -\frac{1}{R}\int_{t_1}^{t_2}\frac{d\Psi}{dt} = \frac{\Psi_1 - \Psi_2}{R}$

$\boxed{I(t) = \frac{\mathcal{E}_F}{R}}$

→ pomalé časové změny

Obecné vlastnosti kvazistacionárního pole

→ splněna rovnice kontinuity: $\boxed{\oint \vec{j}\cdot d\vec{S} \doteq 0 \quad \mathrm{div}\,\vec{j} \doteq 0}$

→ v kvazistac. přiblížení se zanedbávají mag. účinky posuvných proudů
↳ mohu předpokládat platnost Amp. zákona $\boxed{\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = I \; ; \; \mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{j}}$ ⇒ $\boxed{\vec{B} = \mathrm{rot}\,\vec{A} \quad \mathrm{div}\,\vec{A} = 0 \quad \mathrm{div}\,\vec{B} = 0}$

z Gaussa: $\boxed{\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = Q \; ; \; \mathrm{div}\,\vec{D} = \rho}$ $\quad$ ∥ potenciální pole: $\boxed{\oint_l \vec{E}d\vec{l} = 0 \quad \mathrm{rot}\,\vec{E} = 0 \quad \vec{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi}$

a navíc ještě: $\boxed{\mathcal{E}_F = -\frac{d\Psi}{dt}}$

Vlastní a vzájemná indukčnost vodičů

→ analogie kapacity pro cívku

L... vlastní indukčnost smyčky → L_{kk} - vlastní, L_{kl} - vzájemná

→ smyčka protékaná proudem I budí pole $\vec{B}$: $\boxed{\Psi = L\cdot I}$

→ N smyček $l_1, \dots, l_N$, proudy $I_1, \dots, I_N$: Ψ_i - i-tou smyčkou: $\boxed{\Psi_i = \sum_{k=1}^{N} L_{ik}\cdot I_k}$ $\quad \boxed{L_{ik} = L_{ki}}$

$$\boxed{\mathcal{E}_F = -\frac{d\Psi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}}$$

Střídavé obvody

- $\mathrm{div}\,\vec{j} = 0$ pro rozměry obvodu mnohem menší než $\lambda = c \cdot T$ ... perioda změn proudu
- po odeznění přechodových jevů nastane ustálený stav
  - platí Ohmův a Kirchhoffovy zákony

$$\boxed{I(t) = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i)}$$

ODPOR $U(t) = R I_0 \cos(\omega t + \varphi_i)$ $\boxed{R = Z_R}$ ... rezistance

$\boxed{U_0 = R \cdot I_0}$

KAPACITA $\boxed{U_c(t) = \frac{Q_c(t)}{C}} = \frac{1}{\omega C} I_0 \sin(\omega t + \varphi_i) = \frac{1}{\omega C} I_0 \cos(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2})$ → napětí se zpožďuje

$\boxed{U_0 = \frac{1}{\omega C} \cdot I_0}$ $\boxed{\frac{1}{\omega C} = Z_C}$ ... kapacitance

INDUKČNOST $\boxed{U_L(t) = L \frac{dI}{dt}} = L \frac{d}{dt}(I_0 \cos(\omega t + \varphi_i)) = \omega L I_0 \cos(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2})$ → napětí předbíhá proud

$\boxed{U_0 = \omega L I_0}$ $\boxed{\omega L = Z_L}$ ... induktance

$\boxed{I_0 = \frac{U_0}{Z}}$ Z ... impedance

Komplexní symbolika: $\cos(\omega t + \varphi_i) = \mathrm{Re}\, e^{i(\omega t + \varphi)}$

okamžitá hodnota: $\hat{U}(t) = U_0 e^{i(\omega t + \varphi)} = \bar{U} e^{i\omega t}$
$\hat{I}(t) = I_0 e^{i(\omega t + \varphi)} = \bar{I} e^{i\omega t}$

$\boxed{\begin{aligned}\bar{U} &= U_0 e^{i\varphi} \\ \bar{I} &= I_0 e^{i\varphi}\end{aligned}}$ ... komplexní amplituda

$\boxed{\bar{Z}_R = R}$ $\boxed{\bar{Z}_L = i\omega L = \omega L e^{i\frac{\pi}{2}}}$ $\boxed{\bar{Z}_C = \frac{1}{i\omega C} = \frac{1}{\omega C} e^{-i\frac{\pi}{2}}}$

Ohm komplexně: $\boxed{\bar{U} = \bar{Z} \cdot \bar{I}}$

I. Kirch: $\sum_{i=1}^{N} \mathrm{Re}\, \hat{I}_i(t) = \mathrm{Re} \sum_{i=1}^{N} \hat{I}_i(t) = 0 \Rightarrow \boxed{\sum_{k=1}^{N} \hat{I}_k(t) = 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^{N} \bar{I}_k = 0}$

II. Kirch: $\mathrm{Re} \sum_{i=1}^{N} \hat{\mathcal{E}}_i(t) = \mathrm{Re} \sum_{k=1}^{M} \bar{Z}_k \hat{I}_k(t) \Rightarrow \boxed{\sum_{i=1}^{N} \hat{\mathcal{E}}_i(t) = \sum_{k=1}^{M} \bar{Z}_k \cdot \hat{I}_k(t)}$

Nortonova věta: Přechod mezi zdrojem napětí $\mathcal{E}$ a proudu I, $\bar{Z}_i$ impedance zdroje

$\boxed{I = \frac{\mathcal{E}}{\bar{Z}_i}}$

Věta o superpozici: řeším obvody při kterém je zapnutý jen jeden zdroj
⇒ výsledek je roven sumě dílčích řešení pro každý jeden zapnutý zdroj

Thèvinova věta: Chci zjistit proud tekoucí určitou větví, zbytek obvodu nahradím zdrojem napětí a určitou impedancí tohoto zdroje. Pro proud v k-té větvi mezi uzly i a i+1:

$$\boxed{\bar{I}_k = \frac{\bar{U}_0}{\bar{Z}_k + \bar{Z}_{i,i+1}}}$$

$\bar{U}_0$ ... napětí mezi i a i+1, je-li k-tá větev vyjmuta

$\bar{Z}_{i,i+1}$ ... impedance obvodu s vyjmutou k-tou větví a vypnutými zdroji

$Z = R + iX = Z_0 e^{i\varphi}$ $\varphi = \mathrm{arctg} \frac{X}{R} = \frac{\mathrm{Im}\, Z}{\mathrm{Re}\, Z}$

Kvazistacionární elektrický obvod

zjednodušeně: $\boxed{R_c I = \mathcal{E}(t) - \frac{d\Psi}{dt}}$

$\boxed{R_c I = \mathcal{E}(t) - L\frac{dI}{dt}}$

Ohmův zákon : $R_{c,i} I_i = \mathcal{E}_i(t) + \mathcal{E}_{F,i}(t) = \mathcal{E}_i(t) - \frac{d\Psi_i}{dt}$

$$\boxed{\begin{aligned} U_C(t) &= \frac{Q(t)}{C} \\ U_R(t) &= R\cdot I(t) \\ U_L(t) &= L\frac{dI(t)}{dt} \end{aligned}}$$

$R_c\cdot I(t) + U_C(t) = \mathcal{E}(t) - L\frac{dI(t)}{dt}$ $\boxed{I(t) = \frac{dQ(t)}{dt}}$

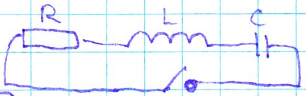
I. Kirch. : $\sum_{1}^{N} I_i = 0$ (v uzlu)

II. Kirch: $U_R(t) + U_C(t) + U_L(t) = \boxed{L\frac{d^2I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + I\frac{1}{C} = \frac{d\mathcal{E}(t)}{dt}}$

Generace střídavého harmonického napětí

zdroj : $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0\cos(\omega t + \varphi)$ $\mathcal{E}_0$ ... amplituda napětí

oscilační obvod :



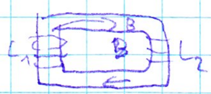
$L\frac{d^2I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = 0$

$I(t) = K_1 e^{\alpha_1 t} + K_2 e^{\alpha_2 t}$

$\alpha_{1,2} = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 - (4L/C)}}{2L}$ || $\delta = \frac{R}{2L}$ $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ a $\omega_v = \sqrt{\omega_0^2 + \delta^2}$

$\rightarrow I(t) = K e^{-\delta t}\cos(\omega_v t + \varphi)$ $\boxed{\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$ ... Thompsonův vzorec

Střídavý obvod: $\boxed{I(t) = I_0\cos(\omega t + \varphi_i)}$ $\boxed{U(t) = U_0\cos(\omega t + \varphi_u)}$ $\boxed{I_0 = \frac{U_0}{Z}}$ ... ustálený sta
dost dlouho po zapojení



... efektivní indukčnost : $\boxed{L_{1,ef} = L_1(1 - k^2)}$ ... k ... činitel vazby $\boxed{k = \frac{L_{12}}{L_2}}$

$\left|\frac{I_1}{I_2}\right| = \frac{N_2}{N_1}$ $\left|\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2}\right| = \frac{N_1}{N_2}$

Energie kvazistacionárního pole

RLC obvodem projde náboj $dQ = I\,dt$: $I(t)d\Psi + U_C\,dQ + R_c I^2(t) = \mathcal{E}(t)I(t)\,dt$

~~zdrojový (vtištěný výkon)~~ (zdrojový) výkon vtištěných sil ...... $N_z(t) = \mathcal{E}(t)I(t)$

$R_c I^2(t)$ .... okamžitý výkon na Jouleovo teplo

$U_C\,dQ$ ... změna energie elstat. pole kondenzátoru

$I(t)d\Psi = dW_m$ ... změna energie spojená se změnou magnetického toku

[Energie dodávaná polem vtištěných sil se mění jednak na Jouleovo teplo a druhak je vynakládána na změny el. a mag. pole.]

$\boxed{W_m = \frac{1}{2}I\Psi = \frac{1}{2}LI^2}$
$\boxed{w_m = \frac{\vec{H}\cdot\vec{B}}{2}}$ ... hustota energie jakoby
} v lineárním prostředí, kde $\Psi = LI$
analogie s energií v elstat. poli

$\boxed{W_m = w_m\cdot V}$

$\oint \vec{H}\,d\vec{l} = I_c \rightarrow 2\pi R H = N$

$\boxed{dW_m = I\,d\Psi}$ $\boxed{W_m = \int_V \frac{\vec{H}\cdot\vec{B}}{2}\,dV = \frac{LI^2}{2}}$

+ Maxwell $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$

EMG pole
→ všechna dosavadní pole do jednoho EMG pole
↳ indukované el. pole $\vec{E}_i$ vyvolané všemi časovými změnami mag. pole
↳ $\vec{E}_s$ ... stacionární pole

$\vec{E} = \vec{E}_i + \vec{E}_s$

Lorentz : $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B})$ • Pole už NENÍ potenciální : $\boxed{\oint_l \vec{E}\,d\vec{l} = -\int \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\,d\vec{S}}$

Maxwellova rce : $\boxed{\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}}$ $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$

• další rce : $\boxed{\mathrm{div}\,\vec{D} = \rho}$ ... platí pro libovolné pohybující se náboje

$\oint \vec{B}\,d\vec{S}$ ... musí platit, aby byla definice zákona EMG indukce korektní $\rightarrow \boxed{\mathrm{div}\,\vec{B} = 0}$

- zavedeme proudovou hustotu: $\vec{j_c} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} = \vec{j} + \vec{j_M} + \vec{j_P}$ → polarizační pro (oscilace elem. d

Maxwellův proud (časová změna el. pole)

→ pak platí: $\boxed{\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{j_c}}$, $\boxed{\mathrm{div}\,\vec{j_c} = 0}$

Maxwell rce: $\boxed{\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$ → zobecněný Amp. z.: $\boxed{\oint \vec{H}\,d\vec{l} = I_c}$

Maxwellovy rce: Gaussův zákon, Ampérův zákon zobecněný pro nestacionární proud, Faradayův zákon EMG indukce a zákon o neexistenci mag. nábojů

$\mathrm{div}\,\vec{D} = \rho$	$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$
$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$\mathrm{div}\,\vec{B} = 0$

resp:

$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = Q$	$\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = I + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$
$\oint_l \vec{E}\,d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$	$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$

$\boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}}$

- Při nespojitých změnách je třeba užít integrální vztahy a hraniční podmínky pro normálové a tečné složky

Potenciály EMG pole: pro $\vec{B}$ lze získat vektorový potenciál $\vec{A}$: $\boxed{\vec{B} = \mathrm{rot}\,\vec{A}}$

Potom $\mathrm{rot}(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}) = 0$ ⇒ zavádíme φ: $\boxed{\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\mathrm{grad}\,\varphi}$

Při lineárních materiálových vztazích $\mathrm{div}(\mathrm{grad}\,\varphi + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}) = \frac{\rho}{\varepsilon}$; $\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\vec{A} = \mu\vec{j} - \varepsilon\mu \frac{\partial}{\partial t}(\mathrm{grad}\,\varphi + \frac{\partial}{\partial}$

a přidané podmínce: $\boxed{\mathrm{div}\,\vec{A} + \varepsilon\mu \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0}$ (Lorentzova podmínka)

získávám tzv. nehomogenní vlnové rovnice / při nulových hustotách homogenní

$\Delta\varphi - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon}$
$\Delta\vec{A} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu\vec{j}$

$\Delta\varphi - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0$
$\Delta\vec{A} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = 0$

Potenciály nejednoznačné: $\vec{A}' = \vec{A} + \mathrm{grad}\,\Lambda$, $\varphi' = \varphi - \frac{\partial \Lambda}{\partial t}$ Λ ... libovolná funkce

Energie EMG pole – Poyntingova věta

- z objemové hustoty výkonu: $\boxed{n = \vec{j}\cdot\vec{E}}$ (výkon) $\xrightarrow[\text{lineární prostředí}]{\text{Maxwell}}$ $n = \vec{j}\cdot\vec{E} = -\mathrm{div}\,\vec{S} - \frac{\partial w}{\partial t}$

w... objemová hustota energie
S... hustota toku energie
↳ Poyntingův vektor

$\boxed{\vec{S} = \vec{E}\times\vec{H}}$ $\boxed{w = \frac{1}{2}(\vec{E}\cdot\vec{D} + \vec{H}\cdot\vec{B})}$

(konduktivita) γ ... měrná vodi $\gamma = \frac{1}{\rho_R}$ → měr

Ohm: $\vec{j}\cdot\vec{E} = \frac{j^2}{\gamma} - \vec{j}\cdot\vec{E}^*$ ↳ vtištěná intenzita

⇒ Poyntingova věta: $\boxed{\int_V \vec{E}^*\cdot\vec{j}\,dV = \int_V \frac{j^2}{\gamma}\,dV + \frac{d}{dt}\int_V w\,dV + \oint_\Sigma \vec{S}\cdot d\vec{\Sigma}}$

dodaný výkon, Jouleovo teplo, změna energie EMG pole, odtežlá energie z objemu V, jenž ohraničuje plocha

$n = \vec{E}\cdot\vec{j} = -\mathrm{div}\,\vec{S} - \frac{\partial w}{\partial t}$

$j = 0$ → $\mathrm{div}\,\vec{S} + \frac{\partial w}{\partial t} = 0$

Coulombův zákon → určeno pomocí Coulombových torzních vah.

$$\boxed{F_{21} = k \frac{Q_1 Q_2}{R_{21}^3} \vec{R}_{21}}$$ → Q_1 působí na Q_2

$\boxed{k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}$

$\varepsilon_0 \doteq 8{,}8 \cdot 10^{-12}$ F/m

Farad [F] → $\frac{C^2}{N \cdot m}$

→ princip superpozice (skládání)
→ princip symetrie (bodový náboj středem symetrie)

→ Milikanův experiment → velikost elementárního náboje : $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Objemová hustota náboje $\rho = \frac{Q}{V}$ $\boxed{Q = \int \rho(r) dV}$
Plošná → $\sigma(r)$
Lineární → $\lambda(r)$

Potenciální energie soustavy nábojů

$$W = -\int_{\infty}^{R_{12}} F_{21}\, dR = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0} \int_{\infty}^{R_{12}} \frac{dR}{R^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{R_{12}}$$ ⇒ obecně pro n bodových nábojů: $\boxed{W = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0} \sum_{i \neq j} \frac{Q_i Q_j}{R_{ij}}}$

Earnshaw → náboje nelze udržovat ve stabilní rovnováze výhradně elektrostatickými silami
Madelungova konst. pro lineární krystal (potenciální energie připadající na jeden náboj.

Elektrostatické pole ve vakuu

$\boxed{F = Q E(r)}$ E → $[\frac{N}{C}]$ → $[\frac{V}{m}]$ $\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^3} \vec{r}}$ → bodový náboj v počátku s.s.

Tok el. intenzity $\boxed{\Phi = \int_S \vec{E} d\vec{S}}$ [V·m]

Gaussův zákon: $\boxed{\Phi = \int_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{Q_c}{\varepsilon_0}}$ → obecně: $\boxed{\operatorname{div} \vec{E}(\vec{r}) = \frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0}}$

Potenciál el. stat. pole $\boxed{\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r} + C}$ → bodový náboj v počátku s.s. (C – libovolná konst.)

$\boxed{\vec{E}(r) = -\operatorname{grad} \varphi(\vec{r})}$

Napětí: $U_{12} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E} d\vec{l} = \varphi(\vec{r_1}) - \varphi(\vec{r_2})$

↳ Práce, kterou vykoná elektrostatické pole při přemisťování bodového kladného náboje z r_1 do r_2.

Výsledná potenciální energie soustavy: $\boxed{A = W = \frac{1}{2} \sum_1^N Q_i \varphi_i}$ → $W = Q \cdot \varphi(\vec{r})$ → $\boxed{W = Q \cdot U}$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}, \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}, \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right)$$

Práce po uzavřené křivce je nulová: $\boxed{\oint_l \vec{E} d\vec{l} = \int_S \operatorname{rot} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0}$ $\boxed{\operatorname{rot} \vec{E} = 0}$

⇒ Elstat. pole bodových nábojů je potenciální a konzervativní.

siločáry ⊥ ekvipotenciály

Obecné rozložení: $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_V \frac{\rho(\vec{r}) \vec{R}\, dV'}{R^3}$ $\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_V \frac{\rho(\vec{r})\, dV'}{R}$

Pole na nabité ploše: $(E_{1t} - E_{2t}) = 0$; $E_{1n} - E_{2n} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ t – tečná n – normálová

Poissonova r.: $\boxed{\Delta \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}}$ $\boxed{\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}} = E_{1n} - E_{2n}$

Laplaceova r.: $\boxed{\Delta \varphi = 0}$ → pro nulovou ρ

↳ z Gausse

$\boxed{\operatorname{rot} \vec{E} = 0}$

Hustota Energie: $W = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \int |\vec E(\vec r)|^2 \, dV = \int w_e \, dV$

$w_e = \frac{\varepsilon_0 |\vec E|^2}{2}$ ve vakuu

$\frac{\varepsilon_0 |E| \cdot D}{2}$ pro dielektrikum

Elektrický dipól

dipólový moment: $\boxed{\vec p = Q \cdot \vec l}$ l... vzdálenost (+) a (−) náboje

$$\boxed{\varphi(\vec r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\vec p \cdot \vec r}{r^3}} \qquad \boxed{\vec E(\vec r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3\cdot(\vec p \cdot \vec r)}{r^5}\vec r - \frac{\vec p}{r^3}\right)}$$

Bodový el. dipól v el. poli $\vec E$

síla: $\vec F = (\vec p \nabla)\vec E$ → "v homog. poli, E = konst. ⇒ $\vec F = 0$ (na dipól)" → pouze moment

moment: $\vec M = \vec p \times \vec E$ → "moment se snaží zmenšit úhel mezi $\vec p$ a $\vec E$"

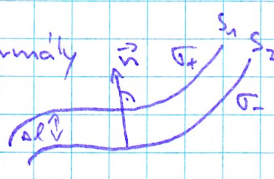
pot. energie: $W = -\vec p \cdot \vec E$

Elektrická dvojvrstva

plošná hustota dipólového momentu: $\boxed{\vec{p_S}(\vec r) = \sigma \Delta l \cdot \vec n}$

→ jednotkový vektor normály

↳ vzdálenost (+) a (−)



$$\varphi(\vec r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S \frac{\vec{p_S}\cdot \vec R}{R^3}\, dS$$

→ $\vec E(\vec r)$ → taky jen $\vec{p_s}$ místo $\vec p$.

Homogenní dvojvrstva → $\Delta l \to 0$. → $\boxed{\varphi(\vec r) = \frac{p_s}{4\pi\varepsilon_0}\int_S \frac{\vec R \cdot d\vec S}{R^3} = \frac{p_s}{4\pi\varepsilon_0}\Omega}$

↳ zorný úhel, pod kterým dvojvrstvu vidíme

$$d\Omega = \frac{\vec R \cdot d\vec S}{R^3}$$

I pro intenzitu pole musí platit, že závisí pouze na celkovém zorném úhlu Ω.

$$\boxed{\vec E(\vec r) = \frac{p_s}{4\pi\varepsilon_0}\oint_l \frac{d\vec l \times \vec R}{R^3}}$$

Objemové rozložení el. dipólů

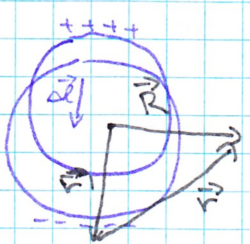
$\vec P(\vec r)$ ... vektor polarizace → objemová hustota $\vec p$

$\vec R = \vec r - \vec r_1$ $\vec{p_{\Delta V}} = \vec P \Delta V$

$$\boxed{\varphi(\vec r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\vec P(\vec r_1)\cdot \vec R}{R^3}\, dV}$$

Dipóly s dokonale chaotickou orientací → $\vec P = 0$

$$\boxed{\sigma_p(\vec r_1) = \vec P(\vec r_1)\cdot \vec n} \qquad \boxed{\rho_p(\vec r_1) = -\operatorname{div} \vec P(\vec r_1)}$$



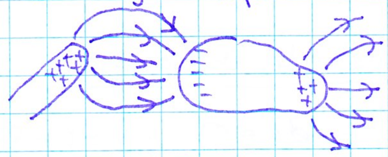
$$\boxed{\varphi(\vec r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\oint_S \frac{\sigma(\vec r_1)\, dS}{R} + \int_V \frac{\rho(\vec r_1)\, dV}{R}\right]}$$

El. stat. pole nabitých vodičů

2

Vodič v el. poli → uvnitř nulová intenzita (a ρ), pouze na povrchu σ
→ celý objem vodiče je ekvipotenciála, povrch ekvipotenciální plocha

Elektrostatická indukce



Coulombova věta $\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$ → z Gausse

Základní úloha elektrostatiky → vodiče mají náboje Q_i rozprostřené po povrchu, uvnitř nulové $\vec{E}$
→ vodiče ekvipotenciálami
→ hraniční podmínka $\lim_{r\to\infty} \varphi(\vec{r}) = 0$
→ Laplace: $\Delta\varphi = 0$
→ jednoznačně dáno

$$\boxed{\varepsilon_0 \oint_{S_i} \operatorname{grad}\varphi \cdot d\vec{S} = -Q_i}$$

$$\boxed{(\varphi)_{S_i} = \varphi_i}$$

Kapacita a kondenzátor $\boxed{C = \frac{Q}{\varphi_0}}$ .... samotný vodič (osamocený)

$$\varphi_{0i} = \sum_{k=1}^{N} B_{ik} Q_k$$

$$Q_i = \sum_{k=1}^{N} C_{ik} \varphi_{0k}$$

$B_{ik} = B_{ki}$ ... potenciálové koeficienty → symetrie plyne z energií

C_{ii} (diagonální) .... kapacitní koeficienty
C_{ik} (nediagonální) .... influenční koeficienty

Kondenzátor → $U = \varphi_{01} - \varphi_{02}$; kapacita kondenzátoru $\boxed{C = \frac{Q}{U}}$ [F] farad

$$U = \int_{R_1}^{R_2} E\, dr$$

Deskový kondenzátor $U = Ed = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} d$ $\quad C = \frac{Q}{U} = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$

Paralelně → $\boxed{C = \sum_1^N C_i}$ $\quad$ Sériově → $\boxed{\frac{1}{C} = \sum_1^N \frac{1}{C_i}}$

Energie soustavy nabitých vodičů → nezávisí na pořadí nabíjení

↳ sešit VIII přednáška : Osamocený vodič: $\boxed{W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} Q \varphi_0}$

Soustava vodičů: $W = \sum_1^N \int_0^{Q_i} \varphi_{0i}' \, dQ_i' = \sum_1^N \varphi_{0i} \cdot Q_i \int_0^1 t \cdot dt = \frac{1}{2} \sum_1^N \varphi_{0i} Q_i$

Kondenzátor: $\boxed{W = \frac{1}{2} Q(\varphi_{01} - \varphi_{02})} = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$

Thompsonova věta: Náboje na soustavě pevných vodičů obklopených nevodivým prostředím jsou v rovnovážném stavu rozloženy po povrchu těchto vodičů vždy tak, aby energie výsledného el.stat. pole byla minimální.

Elektrostatické pole v dielektrikách

→ polární dielektrikum - má vlastní dipólový moment (např. H_2O)
polarizace orientační × indukovaná

Polarizace dielektrika: výsledný dipólový moment $\vec{P}_V$ $\quad \vec{P}_V = \int_V \vec{P}(\vec{r})\, dV$

$\sigma_P = \vec{P} \cdot \vec{n}$ $\quad \rho_P = -\operatorname{div} \vec{P}$

→ volné + vázané náboje $\quad \rho_c = \underset{\text{volné}}{\rho} + \underset{\text{vázané}}{\rho_P}$ $\quad \vec{E}_c = \underset{\text{volné}}{\vec{E}_0} + \underset{\text{vázané}}{\vec{E}_P}$

Gaussův zákon pro elstat. pole v dielektrika

$\boxed{Q_p = -\oint_S \vec{P}\cdot d\vec{S}}$ $\boxed{\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q+Q_p}{\varepsilon_0}}$ $\Rightarrow \boxed{Q = \oint_S (\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P})\, d\vec{S} = \oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}}$

$\boxed{\vec{D}(\vec{r}) = \varepsilon_0\vec{E}(\vec{r}) + \vec{P}(\vec{r})}$ → vektor elektrické induktance (indukce) $\boxed{\operatorname{div}\vec{D} = \rho}$

Pole musí zůstat potenciálním $\Rightarrow \oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$; $\operatorname{rot}\vec{E} = 0$

$(\vec{D}_1 + \vec{D}_2)\cdot\vec{n}_1 = \sigma$

Materiálové vztahy

ideálně tvrdé dielektrikum: $\vec{P}_0(\vec{r})$ ... permanentní
ideálně měkké dielektrikum: $\vec{P}(\vec{r}) = \varepsilon_0\cdot\chi_e\cdot\vec{E}(\vec{r})$
↳ el. susceptibilita

$\vec{D} = \varepsilon_0(1+\chi_e)\vec{E} = \varepsilon_0\cdot\varepsilon_r\cdot\vec{E}$ $\varepsilon_r = 1+\chi_e$
↳ relativní permitivita permitivita: $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$

$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$ ... pro ideálně měkké lineární dielektrikum
↳ tenzor permitivity

deskový kondenzátor: U_0 ... bez dielektrika
U ... s dielektrikem $\Big\}$ $\varepsilon_r = \frac{U_0}{U} = 1+\chi_e$

Feroelektrické látky → jen v určitých teplotách – omezeno feroelektrickou Curieovou teplotou
→ hysterezní smyčka → sešit XI.

$W = \frac{1}{2}QU \rightarrow \boxed{W = \frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}\cdot V}$ $w = -\frac{1}{2}\vec{P}\cdot\vec{E}$

Elektrický proud

průměrný → $\boxed{I_{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}}$; okamžitý → $I = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta Q}{\Delta t}$

stacionární → $Q = It$ nestacionární → $\boxed{Q = \int_0^t I(t)\,dt}$

Hustota proudu ($\vec{j}(\vec{r})$) → $\boxed{I = \int_S \vec{j}\cdot d\vec{S}}$; hustota plošného proudu → $I_s = \int_l \vec{j}_s\cdot d\vec{l}$

$\boxed{\vec{j} = \rho\cdot\vec{v}}$ ← rychlost náboje

I_p – posuvný (polarizační proud) Q_p – celkový vázaný náboj j_p → hustota I_p

$I_p = \int_S \vec{j}_p\, d\vec{S}$, $Q_p = \int_V \rho_p dV = -\int_V \operatorname{div}\vec{P}\, dV = -\int_S \vec{P}\, d\vec{S}$ $\vec{j}_p = \frac{\partial\vec{P}}{\partial t}$

volné proudy ⟨ kondukční (v látkovém prostředí)
konvekční (v prázdném prostoru)

vázané proudy – polarizační (posuvný)

Rovnice kontinuity proudu

$I + \frac{dQ}{dt} = 0$ → vytékající z uzavřené plochy

$\int_S \vec{j}\cdot d\vec{S} + \frac{dQ}{dt} = 0$ diferenciální tvar: $\boxed{\operatorname{div}\vec{j} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0}$

Stacionární případ: $\boxed{\operatorname{div}\vec{j} = 0}$ $\boxed{\oint_S \vec{j}\cdot d\vec{S} = 0}$

pokračování ③

Stacionární elektrické pole a elektrický obvod

$\text{rot}\,\vec{E} = 0$ ... pole je konzervativní } experimentálně dokázáno

$\Phi = \frac{Q_c}{\varepsilon_0}$ $\quad \text{div}\,\vec{E} = \frac{\rho_c}{\varepsilon_0}$ .... platí Gauss

$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ $\quad \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$ $\quad \text{div}\,\vec{D} = \rho$

Ohmův zákon pro homogenní vodiče

=> [Proud I je úměrný okamžité hodnotě spádu potenciálu U na tomto vodiči.]

$\boxed{U = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{(1)}^{(2)} \vec{E}\, d\vec{l}}$ $\quad \boxed{I = \frac{U}{R}}$ $\quad R \to$ vždy kladný ; proud teče ve směru spádu potenciálu.

-> měrný el. odpor (rezistivita) -> ρ_R $\quad \boxed{R = \rho_R \frac{\Delta l}{S}}$

vodivost $\boxed{G = \frac{1}{R}}$ [S] Siemens $\quad$ měrná vodivost (konduktivita) $\boxed{\gamma = \frac{1}{\rho_R}}$

-> ~~Ohm~~. Ohmův zákon v diferenciálním tvaru: $\boxed{\vec{j} = \gamma \vec{E}}$ $\quad \gamma = \frac{l}{SR}$

-> lineární homogenní vodič + stacionární proud: $\boxed{\rho = \text{div}\,\vec{D} = \varepsilon\, \text{div}\,\vec{E} = \frac{\varepsilon}{\gamma} \text{div}\,\vec{j} = 0}$

$\boxed{\rho_p = -\text{div}\,\vec{P} = -\chi_e \text{div}\,\vec{E} = -\frac{\chi_e}{\gamma} \text{div}\,\vec{j} = 0}$

Ohmův zákon pro nehomogenní vodiče

-> stacionární proud po uzavřené křivce ; nemůže být vyvolán elstat., elstac. pole (jsou konzervativní)

-> zavádím vtištěnou (elektromotorickou) intenzitu $\vec{E}^*$: $\vec{j} = \gamma(\vec{E} + \vec{E}^*)$

$$\int_{(A)}^{(B)} \frac{\vec{j}}{\gamma} \cdot d\vec{l} = \int_{(A)}^{(B)} \vec{E}\, d\vec{l} + \int_{(A)}^{(B)} \vec{E}^* d\vec{l} \qquad \int_{(A)}^{(B)} \frac{\vec{j}}{\gamma}\, d\vec{l} = I \int \frac{dl}{\gamma \Delta S} = RI \quad (I \text{ uvažujeme konst.})$$

-> elektromotorické napětí $\mathcal{E}$ $\quad \mathcal{E} = \int_{(A)}^{(B)} \vec{E}^* \cdot d\vec{l}$ $\quad I_{AB} = \frac{1}{R}(U_{AB} + \mathcal{E}_{AB})$

pro R_e (l_e) $\quad \boxed{R_i = \int_{l_i} \frac{dl}{\gamma \Delta S}}$

Uzavřená křivka : $\boxed{I = \frac{\mathcal{E}}{R_c}}$ -> Ohmův zákon pro uzavřený obvod

Svorkové napětí U_0 $\quad U_0 = \int_{l_e} \vec{E} \cdot d\vec{l}$ $\quad \boxed{U_0 = \mathcal{E} - R_i I}$ $\quad \boxed{\mathcal{E} = R_i I + R_{e1} I + R_{e2} I + \dots + R_{eN} I}$

$\boxed{U_0 \leq \mathcal{E}}$ $\quad \boxed{I \cdot R_i = U_0 + \mathcal{E}}$ $\quad$ homogenní část proudové čáry (l_e)

$\boxed{R_i I^2 + R_e I^2 = I\mathcal{E}}$

Kirchhoffova pravidla pro stacionární obvod.

I. KP : Celkový stacionární proud vytékající z libovolného uzlu je roven nule.

$I_1 + I_2 + \dots + I_N = 0$ $\quad \boxed{\sum_1^N I_i = 0}$ -> důsledek rovnice kontinuity.

II. KP : Součet úbytků napětí na všech odporech ve smyčce působících je roven celkovému elektromotorickému napětí $\mathcal{E}$ působícímu ve smyčce.

$\mathcal{E} = U_1 + U_2 + \dots + U_N$ $\quad \boxed{\sum_1^N \mathcal{E}_i = \sum_1^N R_j I_j}$ -> důsledek Ohmova zákona.

Práce a výkon v el. obvodu, Jouleův zákon

$\Delta W = U \cdot I \cdot \Delta t$ $\quad$ N... výkon $\quad N = \frac{\Delta W}{\Delta t}$

$\boxed{N = U \cdot I}$ -> Jouleův zákon: Ve vodiči protékaném proudem vzniká teplo. Tepelný výkon N vznikající ve vodiči protékaném proudem I, na němž je potenciálový spád U, určuje vztah $N = UI$.

$\boxed{N = \frac{U^2}{R}}$ $\quad \boxed{N = RI^2}$ $\quad$ hustota výkonu -> $\boxed{n = \vec{j} \cdot \vec{E}}$ $\quad n_z = \vec{j} \cdot \vec{E}^*$ $\quad N_z = I \cdot \mathcal{E}$ $\quad \vec{j} = \gamma \cdot \vec{E}$

$\boxed{n = \gamma \cdot E^2}$

Odpory sériově : $\boxed{R = \sum_1^N R_i}$ $\quad$ paralelně $\boxed{\frac{1}{R} = \sum_1^N \frac{1}{R_i}}$

Stacionární magnetické pole

Lorentzův vzorec: $\boxed{\vec{F} = q[\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}]}$ → $\vec{v}$ … rychlost náboje; → síla na náboj; $\vec{B}$ … magnetická indukce, [T] … tesla

objemová hustota síly: $\boxed{\vec{f} = \vec{j} \times \vec{B}}$ magnetický tok: $\boxed{\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}}$ [Wb] … weber

Ampérův zákon pro mag. pole ve vakuu

Ampérův vzorec pro dva rovnoběžné vodiče: $F = C \frac{I_1 I_2}{a} \cdot l$ $\boxed{F = 2 \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 I_2}{a} \cdot l}$

a … vzdálenost vodičů l … délka vyšetřovaného úseku vodiče

$\boxed{B = C \cdot \frac{I}{a}}$ … kolmá na směr I (pravidlo pravé ruky) $C = 2 \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$

Ampérův zákon $\boxed{\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I} \cdot N$ ⇒ pole není obecně potenciální

permeabilita vakua; pokud vícekrát obíhá smyčka

diferenciální tvar: $\boxed{\text{rot}\, \vec{B} = \mu_0 \vec{j}}$

Vektorový potenciál, Biotův-Savartův vzorec

→ magnetický tok Φ uzavřenou plochou: $\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$ ⇒ $\text{div}\, \vec{B} = 0$

vektorový potenciál magnetického pole $\vec{A}(\vec{r})$: $\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \text{rot}\, \vec{A}(\vec{r})}$

nejednoznačnost $\vec{A}$: $\vec{A}'(\vec{r}) = \vec{A}(\vec{r}) + \text{grad}\, \xi(\vec{r})$ ⇒ kalibrační podmínka $\text{div}\, \vec{A}(\vec{r}) = 0$

$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}_1$ $\boxed{\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\vec{j}(\vec{r}_1)}{R} dV'}$ $\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\vec{j}(\vec{r}_1) \times \vec{R}}{R^3} dV'}$ ← B.-S. vzorec

zanedbatelná šířka drátu

Pro počítaní je lepší: $\boxed{\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_l \frac{d\vec{l}}{R}}$ $\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_l \frac{d\vec{l} \times \vec{R}}{R^3}}$

$\vec{A}$ všude spojitý, mimo plošné proudy má 1. parciální derivace
$\vec{B}$ všude spojitá, mimo plošné proudy

$\vec{L} = M_0 |\vec{r} \times \vec{v}| = M_0 r v$

moment hybnosti

$$\boxed{\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S \text{rot}\, \vec{A} \cdot d\vec{S} = \oint_l \vec{A} \cdot d\vec{l}}$$

$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}_1$

smyčka protékaná proudem

Magnetický dipól

→ magnetický dipólový moment rovinné smyčky

Ampérův mag. moment smyčky $\vec{m}$: $\boxed{\vec{m} = I \cdot \vec{S}}$; pak $\boxed{\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \vec{R}}{R^3}}$

$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{3\, \vec{m} \cdot \vec{r}}{r^5} \vec{r} - \frac{\vec{m}}{r^3} \right)}$ ⇒ formálně lze zavést "magnetický náboj"

mechanická práce A : $\Delta A = \Delta F \cdot \Delta a = I \Delta \Phi$ $\boxed{A = I(\Phi_2 - \Phi_1)}$

→ mag. síly mají tendenci vtahovat smyčku do pole tak, aby ji protékající tok Φ byl co největší.

↳ $\boxed{W = -I\Phi}$ … potenciální energie smyčky ; analogie s dipólem: $\boxed{\begin{aligned} \vec{F} &= (\vec{m} \cdot \nabla) \vec{B} \\ \vec{M} &= \vec{m} \times \vec{B} \end{aligned}}$

→ V objemovém rozložení lze zavést tzv. vektor magnetizace (objemová hustota $\vec{m}$)

↳ lze přejít na $\vec{j}_S = \vec{M} \times \vec{n}$ $\vec{j} = \text{rot}\, \vec{M}$

Formálně magnetický náboj: $\sigma_m = \vec{M} \cdot \vec{n}$ $\rho_m = -\text{div}\, \vec{M}$

Skalární magnetický potenciál $\varphi_m(\vec{r})$: $\varphi_m(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \frac{\vec{m} \cdot \vec{r}}{r^3}$

Gyromagnetický poměr: $\gamma = \frac{\vec{m}}{L}$ → magnetický dipólový moment; ↳ moment hybnosti $\boxed{\gamma = \frac{m}{L} = \frac{q}{2M_0}}$ hmotnost částice