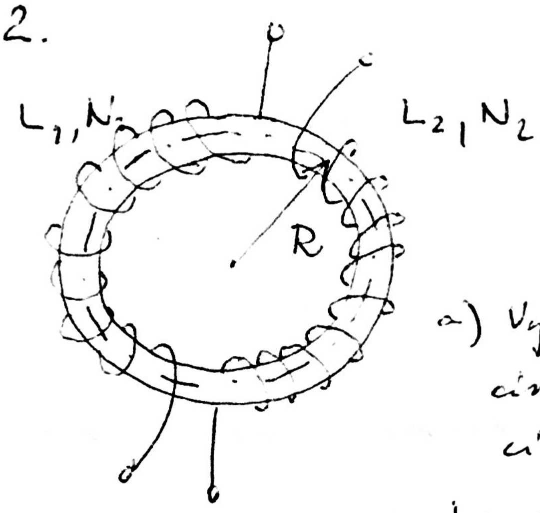
Příklady ke zkoušce z ELMG. 18.6 2019

1. Do homogenního elektrického pole o intenzitě $\vec{E_0}$ byla vložena dielektrická koule o relativní permitivitě ε_r a poloměru a. Určete, jaká bude polarizace $\vec{P}$ v dielektriku, intenzita výsledného elektrického pole $\vec{E_1}$ a rozložení vázaného náboje uvnitř a na povrchu koule.

2.

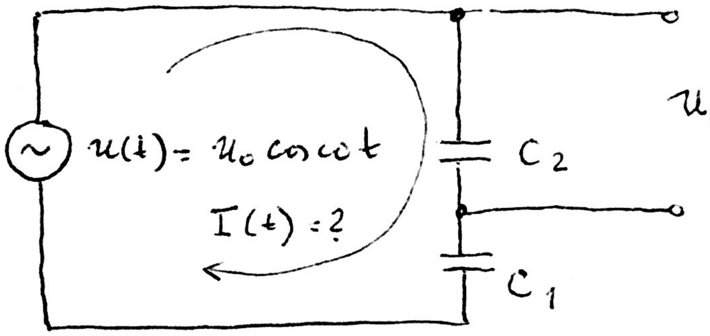


Na prstencovém jádře kruhového průřezu S a středního poloměru R, které je z homogenního materiálu o relativní permeabilitě μ_r, jsou navinuty dvě cívky s N_1 resp. N_2 závity.

a) Vypočítejte magnetickou indukci v jádře, když cívkou s N_1 závity protéká proud I a druhá cívka není zapojena.

b) Jaké jsou vlastní indukčnosti cívek L_1 a L_2 a jaká je jejich vzájemná indukčnost.

3.



$u_{C_2}(t) = ?$

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{(C_1 + C_2)}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

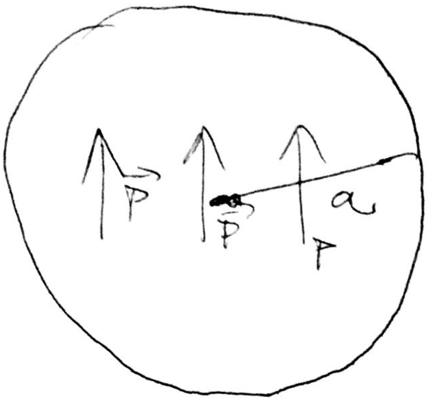
$$\frac{1}{C} = \frac{C_2 + C_1}{C_1 C_2}$$

V zapojení podle obr. určete průběh napětí $u_{C_2}(t)$ na kapacitě C_2 v kapacitním děliči.

Znázorněte graficky v komplexní rovině fázové poměry v obvodu - tj. komplexní amplitudy střídavých veličin $\bar{U} = U_0$, $\bar{I}$, $\bar{U}_{C_2}$, $\bar{U}_{C_1}$.

1.

dielektrická guľa s relatívnou permitivitou ε_r



HOMOGÉNNE EL. POLE

→ Vložením dielektrickej gule do homogénneho el. poľa $\vec{E}_0$ dôjde k jej POLARIZÁCII.

→ Výsledné pole bude dané súčtom („výsledným" sa myslí pole v guli) vonkajšieho poľa $\vec{E}_0$ a (de)polarizačného poľa $\vec{E}_p$.

$$\boxed{\vec{E}_V = \vec{E}_0 + \vec{E}_p} \qquad (1)$$

Pre $\vec{E}_p$ platí:

$$(2) \qquad \boxed{\vec{E}_p = -N\frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}}$$

kde N je tzv. depolarizačný faktor.

→ Ďalej vieme, že pre výslednú polarizáciu platí materiálový vzťah:

$$\boxed{\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}_V} \qquad (3)$$

Je to tak preto, lebo v zadaní sa píše o relatívnej permitivite ε_r → to je možné len vtedy, ak uvažujeme, že ide o mäkké dielektrikum a platí tento lineárny vzťah → inak by sme to nevedeli tak ľahko spočítať.

→ Teraz už stačí iba uviesť, čo platí pre elektrickú susceptibilitu:

$$\boxed{\chi_e = \varepsilon_r - 1} \qquad (4)$$

Pre guľu platí, že $N = \frac{1}{3}$, pre valec je to: $N = \frac{1}{2}$ a pre rovinu je $N = 1$

Pre viazaný náboj v dielektriku platí:

$$\boxed{\begin{aligned} \sigma_p &= \vec{P}\cdot\vec{n} \\ \rho_V &= -\operatorname{div}\vec{P} \end{aligned}}$$

V homogénnom dielektriku musí dôjsť k homogénnej polarizácii ⇒ vektor $\vec{P}$ bude v celom objeme konštantný; tj.: $\boxed{\rho_p = -\operatorname{div}\vec{P} = 0}$.

Dosadením (2) do (1) a (4) do (3) dostávame 2 vzťahy:

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{E}_V &= \vec{E}_0 - \frac{1}{3}\frac{\vec{P}}{\varepsilon_0} && (5a)\\ \vec{P} &= \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E}_V && (5b)\end{aligned}}$$

Dosadíme jeden do druhého a upravíme:

$$\vec{P} = (\varepsilon_0\varepsilon_r - \varepsilon_0)\vec{E}_V = (\varepsilon_0\varepsilon_r - \varepsilon_0)\left(\vec{E}_0 - \frac{1}{3}\frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}\right) =$$

$$= \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}_0 - \frac{1}{3}\frac{\vec{P}}{\cancel{\varepsilon_0}}\cancel{\varepsilon_0}\varepsilon_r - \varepsilon_0\vec{E}_0 + \frac{1}{3}\frac{\vec{P}}{\cancel{\varepsilon_0}}\cancel{\varepsilon_0}$$

$$\frac{3\vec{P} + \vec{P}\varepsilon_r - \vec{P}}{3} = \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}_0 - \varepsilon_0\vec{E}_0 = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E}_0$$

$$\frac{\vec{P}(2+\varepsilon_r)}{3} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E}_0 \Rightarrow \boxed{\vec{P} = 3\varepsilon_0\left(\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2}\right)\vec{E}_0} \quad (6)$$

ak (6) dosadíme do (5a), máme:

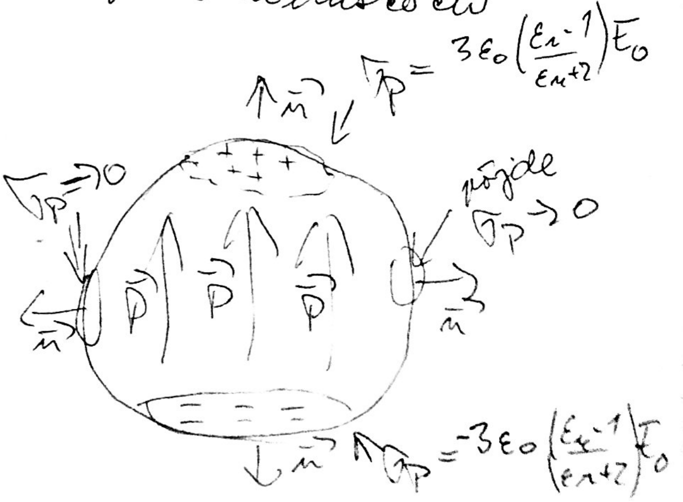
$$\vec{E}_V = \vec{E}_0 - \frac{1}{3\varepsilon_0}\left(3\varepsilon_0\left(\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2}\right)\vec{E}_0\right) = \vec{E}_0\left(1 - \left(\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2}\right)\right)$$

$$\vec{E}_V = \left(\frac{\cancel{\varepsilon_r} + 2 \cancel{- \varepsilon_r} + 1}{\varepsilon_r + 2}\right)\vec{E}_0 = \boxed{\frac{3}{\varepsilon_r + 2}\vec{E}_0 = \vec{E}_V} \quad (7)$$

Ak ~~zd~~ (6) dosadíme do vzťahu pre plošnú hustotu viazaného náboja $\sigma_p = \vec{P}\cdot\vec{n} \Rightarrow$

$$\sigma_p = 3\varepsilon_0\left(\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2}\right)(\vec{E}_0 \cdot \vec{n})$$

↳ výsledná plošná hustota bude:



$u = u_0,\ ^2,\ u_2,\ u_1.$

② Vyjdeme z Ampérovho zákona: $\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu I$, kde $\boxed{\mu = \mu_0 \mu_r}$. Pre cievku na toroidnom jadre

a.) potom platí: $\boxed{B \cdot l = \mu I N}$

$$\Rightarrow \boxed{B = \frac{\mu I N}{2\pi R}}$$

(B musí byť homogénne ⇒ z toho vidíme, že $\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_l B\,dl \underbrace{\cos\alpha}_{=1} = B\cdot l$)

b.) Pre celkový magnetický tok cievkou platí vzťah: $\boxed{\Psi = L \cdot I} = B\cdot S\cdot N \Rightarrow \boxed{L = \frac{\Psi}{I}}$

Potom pre indukčnosť cievky s N_1 závitmi máme:

$$L_1 = \frac{\Psi_1}{I_1} = \frac{B_1 \cdot S \cdot N_1}{I_1} = \frac{\mu \cancel{I_1} N_1 S N_1}{2\pi R \cdot \cancel{I_1}} = \frac{\mu S N_1^2}{2\pi R}$$

Obdobne pre indukčnosť L_2 budeme mať:

$$L_2 = \frac{\Psi_2}{I_2} = \frac{B_2 \cdot S \cdot N_2}{I_2} = \frac{\mu \cancel{I_2} \cdot N_2 \cdot S \cdot N_2}{2\pi R\, \cancel{I_2}} = \frac{\mu S N_2^2}{2\pi R}$$

Pojmom magnetického toku Ψ_1 myslíme celkový tok magnetického poľa, ktoré vyvolá prúd I_1 v cievke s počtom závitov N_1. V prípade druhej cievky uvažujeme obdobne.

→ Pojmom vzájomnej indukčnosti L_{12} myslíme indukčnosť, ktorú vyvolá celkový magnetický tok Ψ_{12} v cievke s počtom z. N_1, ktorý je vyvolaný prúdom I_2 v cievke s počtom závitov N_2. Vzájomnou indukčnosťou L_{21} zas myslíme indukčnosť vyvolanú "1." cievkou v "2." (druhej) cievke, čiže daný tokom Ψ_{21}, ktorý vyvolal v 2. cievke prúd I_1 tečúci 1. cievkou (t.j. tou s počtom závitov N_1)

Teda:

$$L_{12} = \frac{\Psi_{12}}{I_2} = \frac{B_2 \cdot S \cdot N_1}{I_2} = \frac{\mu \cancel{I_2} \cdot N_2 \cdot S \cdot N_1}{2\pi R \cdot \cancel{I_2}} = \frac{\mu S N_1 N_2}{2\pi R}$$

a:

$$L_{21} = \frac{\Psi_{21}}{I_1} = \frac{B_1 S \cdot N_2}{I_1} = \frac{\mu \cancel{I_1} \cdot N_1 \cdot S \cdot N_2}{2\pi R \cancel{I_1}} =$$

$$= \frac{\mu S N_1 \cdot N_2}{2\pi R}$$

Vidíme, že sme dokázali platnosť všeobecného tvrdenia, a ~~to~~ že $L_{ik} = L_{ki}$, v našom prípade teda:

$$\boxed{L_{12} = L_{21}} \checkmark$$

Tiež vidíme, že platí $\boxed{L_{12} = L_{21} = \sqrt{L_1 L_2}}$

Naozaj,

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{\frac{\mu S N_1^2}{2\pi R}}{\frac{\mu S N_2^2}{2\pi R}} = \frac{N_1^2}{N_2^2} \Rightarrow L_1 = \frac{N_1^2}{N_2^2} L_2$$

$$L_1 \cdot L_2 = \frac{N_1^2}{N_2^2} \cdot L_2 \cdot L_2 = \frac{N_1^2}{N_2^2} \cdot \left(\frac{\mu S N_2^2}{2\pi R}\right)^2$$

$$\boxed{L_1 L_2 = \frac{N_1^2 \mu^2 S^2 N_2^2}{(2\pi R)^2} = L_{12}^2 = L_{21}^2}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{L_{12} = L_{21} = \sqrt{L_1 \cdot L_2}} \checkmark$$

„LIFEHACK" → ako chápať značenie

Ψ_{12} → znamená tok v 1. cievke, ktorý vyvolala 2. cievka

Teda → 2 pôsobí na 1

Ψ_{21} → znamená tok v 2. cievke, ktorý v nej vyvolala 1. cievka

→ 1 pôsobí na 2

KOMPLEXNÉ ČÍSLA → stručný úvod

↳ sú to $z \in \mathbb{C}$ → množina komplexných čísel

↳ častá chyba → stotožňovanie $\mathbb{C}$ a $\mathbb{R}^2$
→ neplatí!

→ Ide o všetky také čísla, ktoré vieme zapísať v tvare:

$$\boxed{z = x + i y}$$

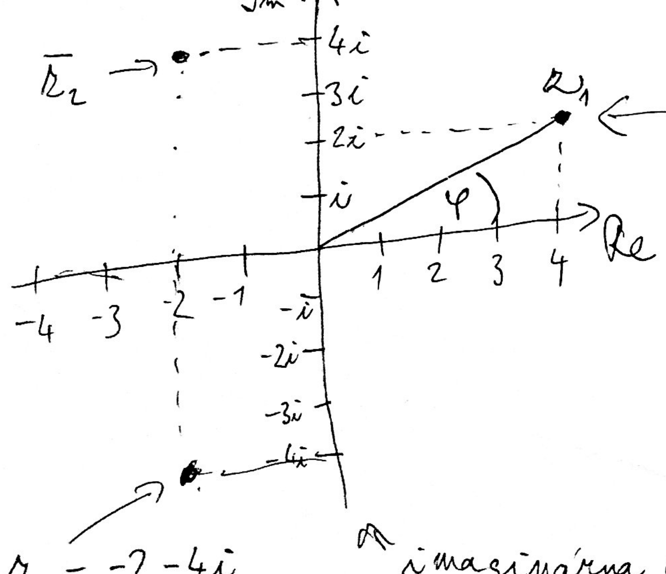
Reálna časť čísla z
$Re(z) = x$

imaginárna jednotka

Imaginárna časť čísla z
$Im(z) = y$

↳ vieme zapisovať aj ako usporiadanú dvojicu $z = [x, y]$
↳ v tomto zmysle istá analógia s $\mathbb{R}^2$, avšak, inak definujeme algebraické operácie...

↳ Komplexné čísla vieme zobraziť do tzv. GAUSSOVEJ ROVINY (KOMPLEXNEJ ROVINY)



číslo $\boxed{z_1 = 4 + 2i}$ sme zobrazili do komplexnej roviny

Re → reálna os

↑ imaginárna os

$z_2 = -2 - 4i$

$\bar{z}_2 = -2 + 4i$ ← číslo komplexne združené ku číslu z_2

$$|z_1| = \sqrt{4^2 + 2^2}$$

Všeobecne: $|z| = \sqrt{(Re(z))^2 + (Im(z))^2}$

Číslo z vieme zapísať aj v tzv. goniometrickom tvare:

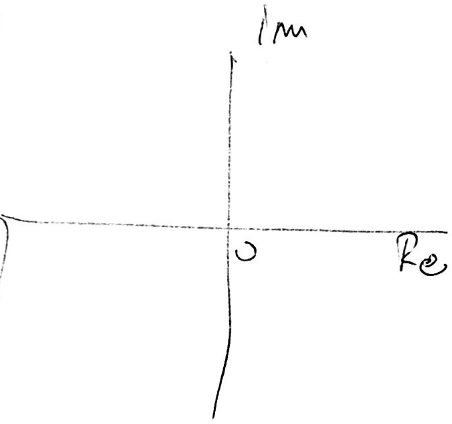
$$z = |z| \cdot (\cos\varphi + i \sin\varphi)$$

$$z = |z| \cdot e^{i\varphi}$$

KOMPLEXNÉ ČÍSLA

$$z_1 + z_2 = [x_1 + x_2, y_1 + y_2]$$

$$z_1 z_2 = [x_1 x_2 - y_1 y_2; x_1 y_2 + x_2 y_1]$$



OPAČNÉ ČÍSLO
$z = -z$

INVERZNÉ ČÍSLO
$\frac{1}{z} = \left[\frac{x}{x^2+y^2}, \frac{-y}{x^2+y^2}\right]$

$1^2 = (-1)^2 = 1$

→ POZOR NA PREDSTAVU ⇒ $i = \sqrt{-1}$
NEPLATÍ: $\sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{(-1)(-1)} = \sqrt{1} = 1$!

$i^2 = i \cdot i = [0,1] \cdot [0,1] = [-1, 0] = -1$

$x + iy = [x, 0] + [0,1][y, 0] = [x, 0] + [0, y] = [x, y]$

PREDPOKLAD:
$z = x + iy \;;\; x, y \in R$

$\bar{z} = x - iy$ → komplexne združené

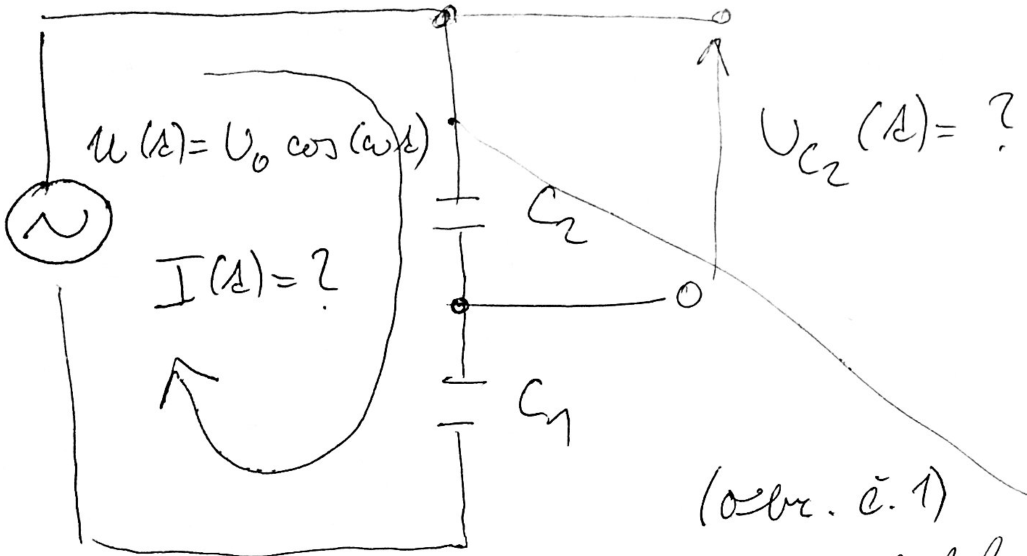
$\overline{z+w} = \bar{z} + \bar{w}$; $\overline{zw} = \bar{z}\,\bar{w}$; $\bar{\bar{z}} = z$

$z^{-1} = \frac{\bar{z}}{(z\bar{z})}$; $\bar{z} z = x^2 + y^2$ → VŽDY NEZÁPORNÉ!

③ OBVOD POMOCOU KOMPLEXNEJ SYMBOLIKY

ako riešiť?

1.) Prekreslíme si obrázok a pozorne prečítame zadanie



(obr. č. 1)

2.) Chceme prejsť do komplexnej symboliky:

Pre napätie v obvode máme: $\boxed{U(t) = U_0 \cos(\omega t)}$ (1)

Hľadáme komplexnú veličinu $\hat{U}(t)$, pre ktorú bude platiť: $U = \mathrm{Re}\left(\hat{U}(t)\right)$. Takou veličinou určite je $\boxed{\hat{U}(t) = \bar{U} e^{i(\omega t)}}$, kde $\bar{U}$ predstavuje tzv. komplexnú amplitúdu napätia v obvode. Ak vykonáme kontrolu: $\mathrm{Re}\left(\hat{U}(t)\right) = ?$

$\bar{U}$ ← KOMPLEXNÁ AMPLITÚDA

$$\hat{U}(t) = \bar{U} e^{i(\omega t)} = \overbrace{U_0 e^{i\varphi_u}}^{\bar{U}} \cdot e^{i(\omega t)}$$

$$= U_0 e^{i\varphi_u}\left(\cos(\omega t) + i\sin(\omega t)\right)$$

$$= U_0 e^{i(\omega t + \varphi_u)}$$

$$= U_0\left(\underbrace{\cos(\omega t + \varphi_u)}_{\mathrm{Re}} + i\underbrace{\sin(\omega t + \varphi_u)}_{\mathrm{Im}}\right)$$

$$\mathrm{Re}\left(\hat{U}(t)\right) = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u) \quad (2)$$

POZOR! Zavádzame nový symbol "^" nad veličinami => znamená to, že vždy hovoríme o ich komplexných reprezentáciách. Symbol "‾" nad veličinou znamená, že myslíme jej komplexnú amplitúdu.

Ak (2) porovnáme s (1), vidíme, že sa rovnajú, ak $\varphi_U = 0$ $\Rightarrow$ nemáme v obvode nejaký fázový posun napätia – nie je žiadny.

Potom však pre komplexnú amplitúdu $\bar{U}$ napätia platí:

$$\hat{U} = U_0 e^{i\varphi_u} = U_0 \underbrace{e^{i0}}_{=1} = U_0 \Rightarrow \boxed{\bar{U} = U_0}$$

Obdobné komplexné veličiny zavádzame aj pre prúd $I(t)$ a impedanciu Z.

Pre prúd máme $\hat{I}(t) = I_0 e^{i(\omega t + \varphi_I)} = \underbrace{I_0 e^{i\varphi_I}}\, e^{i\omega t}$

(I_0 je reálna amplitúda prúdu I) $= \bar{I} \cdot e^{i\omega t}$

$\bar{I}$ komplexná amplitúda prúdu I

Pre impedanciu Z máme:

$$\hat{Z} = \underbrace{Z_0 e^{\cancel{i\varphi}}}_{\bar{Z}} \cdot \underbrace{e^{i(0\cdot t)}}_{=1}$$

impedancia nie je závislá od času!

$\bar{Z}$ – komplexná amplitúda impedancie Z

Vidíme, že platí: $\hat{Z} = \bar{Z}$ (iba pre Z!)

3.) Ďalej môžeme písať OHMOV ZÁKON v istom zovšeobecnenom tvare:

$$\hat{U} = \hat{Z} \cdot \hat{I}$$

$$\bar{U}\cancel{e^{i\omega t}} = \bar{Z} \cdot \bar{I}\cancel{e^{i\omega t}} \Rightarrow \boxed{\bar{U} = \bar{Z} \cdot \bar{I}}$$

T. j. stačí nám počítať iba s komplexnými amplitúdami.

4.) Určím $\bar{Z}$ v obvode (Obr. č. 1) $\rightarrow$ vidím $\Rightarrow$ 1.) Obvod je nerozvetvený $\rightarrow$ len 1 vetva

2.) Impedancie sú iba sériovo

pre sériovo zapojené impedancie všeobecne platí:

$$\boxed{\bar{Z} = \bar{Z}_R + \bar{Z}_L + \bar{Z}_C}$$

kde: $\bar{Z}_R = R$, $\bar{Z}_L = i\omega L$, $\bar{Z}_C = \dfrac{1}{i\omega C} = \dfrac{-i}{\omega C}$ (odvodenie viď stránka doc. OŠŤÁDALA)

Vráťme sa ešte k $\bar{Z}$:

určite platí pre sériový RLC obvod: $\bar{Z} = \bar{Z}_R + \bar{Z}_L + \bar{Z}_C$

$$\bar{Z} = R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C} = R + i\omega L - \frac{i}{\omega C}$$

$$\bar{Z} = \underset{\mathrm{Re}(\bar{Z})}{R} + i\underbrace{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}_{\mathrm{Im}(\bar{Z})}$$

Potom pre $Z_0 = |\bar{Z}| = \sqrt{(\mathrm{Re}(\bar{Z}))^2 + (\mathrm{Im}(\bar{Z}))^2}$

$$= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

V našom obvode však máme iba 2 kondenzátory, preto pre celkovú kapacitu máme: $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

$$\boxed{C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_2 + C_1}}$$

Cez impedancie:

Celková impedancia $\bar{Z}_C$ v obvode:

$$\bar{Z}_C = \bar{Z}_{C_1} + \bar{Z}_{C_2} = \frac{1}{i\omega C_1} + \frac{1}{i\omega C_2} = \frac{C_2 + C_1}{i\omega C_1 C_2}$$

$$= \frac{-i(C_2 + C_1)}{\omega C_1 C_2}$$

$$\boxed{\frac{1}{\bar{Z}_C} = \frac{i\omega C_1 C_2}{C_2 + C_1}}$$

OHMOV ZÁKON: $\bar{U} = \bar{Z} \cdot \bar{I}$

$$\boxed{\bar{I} = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}}}$$ → chceme určiť prúd v obvode...

UKÁŽME SI EŠTE JEDNU VEC:

$$\bar{U} = \bar{Z}\bar{I} = Z_0 e^{i\psi} \cdot I_0 e^{i\varphi_I} = Z_0 I_0 e^{i(\psi + \varphi_I)} = U_0 e^{i\varphi_U}$$

$$\Rightarrow \boxed{U_0 = Z_0 I_0} \quad \text{a tiež } \varphi_U = \psi + \varphi_I \Rightarrow \psi = \varphi_U - \varphi_I$$

Teda, uhol φ, ktorý s reálnou osou zviera impedancia $\overline{Z}$ je daný rozdielom uhlu φ_u a φ_I, čo sú uhly, ktoré s reálnou osou zvierajú fázor napätia a prúdu.

5.) Pre prúd $\overline{I}$ v obvode z Ohmovho zákona máme:

$$(☼)\ \overline{I} = \frac{\overline{U}}{\overline{Z}} = \frac{U_0}{\overline{Z}_C} = U_0 \cdot i\omega \left(\frac{C_1 \cdot C_2}{C_2 + C_1}\right) = U_0\, i\omega C$$

dosadíme odvodené vzťahy vyššie

kde "C" je celková kapacita daná sériovým zapojením kapacít C_1 a C_2.

Vidíme, že rovnaký výsledok máme cez súčet impedancií $\overline{Z}_{C_1} + \overline{Z}_{C_2}$ ako by sme mali cez impedanciu $\overline{Z}_C = \frac{1}{i\omega C}$, kde C je celková kapacita v obvode.

Ďalej, odvodili sme, že pre $\overline{I}$ platí:

$$\boxed{\overline{I} = I_0\, e^{i\varphi_I}} \quad (*)$$

Porovnaním (☼) a (*) máme: $\overline{I} = \underbrace{U_0 \omega C}_{I_0} \cdot \underbrace{i}_{e^{i\varphi_I} = \cos\varphi_I + i\sin\varphi_I}$

$i = \cos\varphi_I + i\sin\varphi_I$

$\Rightarrow \sin\varphi_I = 1$

$\Rightarrow \boxed{\varphi_I = \frac{\pi}{2}}$

fázový posun prúdu

6.) Na kapacite (kondenzátore) C_2 máme napätie $\overline{U}_{C_2}$:

$$(A)\ \overline{U}_{C_2} = \overline{Z}_{C_2} \cdot \overline{I}$$

← Prúd všade $\overline{I}$, pretože je obvod jednoduchý, t.j. nerozvetvený!

Tiež však vieme písať:

$$\overline{U}_{C_2} = U_{C_2} \cdot e^{i\varphi_{U_{C_2}}} \quad (B)$$

Počítajme: $\bar{U}_{C_2} = \frac{1}{\cancel{i\omega} C_2} \cdot U_0 \cancel{i\omega} \frac{C_1 \cancel{C_2}}{(C_2+C_1)}$ (dosadili sme)

$$\bar{U}_{C_2} = \frac{U_0 C_1}{C_2+C_1} \quad (A1)$$

Porovnajme (A1) a (B) $\Rightarrow \bar{U}_{C_2} = \underbrace{\frac{U_0 C_1}{C_2+C_1}}_{U_{C_2}} \cdot \underbrace{1}_{e^{i\varphi_{U_{C_2}}}}$

$$e^{i\varphi_{U_{C_2}}} = 1 = \cos\varphi_{U_{C_2}} + i\sin\varphi_{U_{C_2}}$$

$$\Rightarrow \cos\varphi_{U_{C_2}} = 1 \Rightarrow \underline{\underline{\varphi_{U_{C_2}} = 0}}$$

Určme $\bar{U}_{C_1} = \frac{1}{\cancel{i\omega C_1}} \cdot \frac{U_0 \cancel{i\omega C_1} C_2}{(C_2+C_1)} = \underbrace{\frac{U_0 C_2}{C_2+C_1}}_{U_{C_1}} \cdot \underbrace{1}_{e^{i\varphi_{U_{C_1}}}}$

$(\bar{U}_{C_1} = \bar{Z}_{C_1} \cdot \bar{I})$

$\Rightarrow \underline{\underline{\varphi_{U_{C_1}} = 0}}$

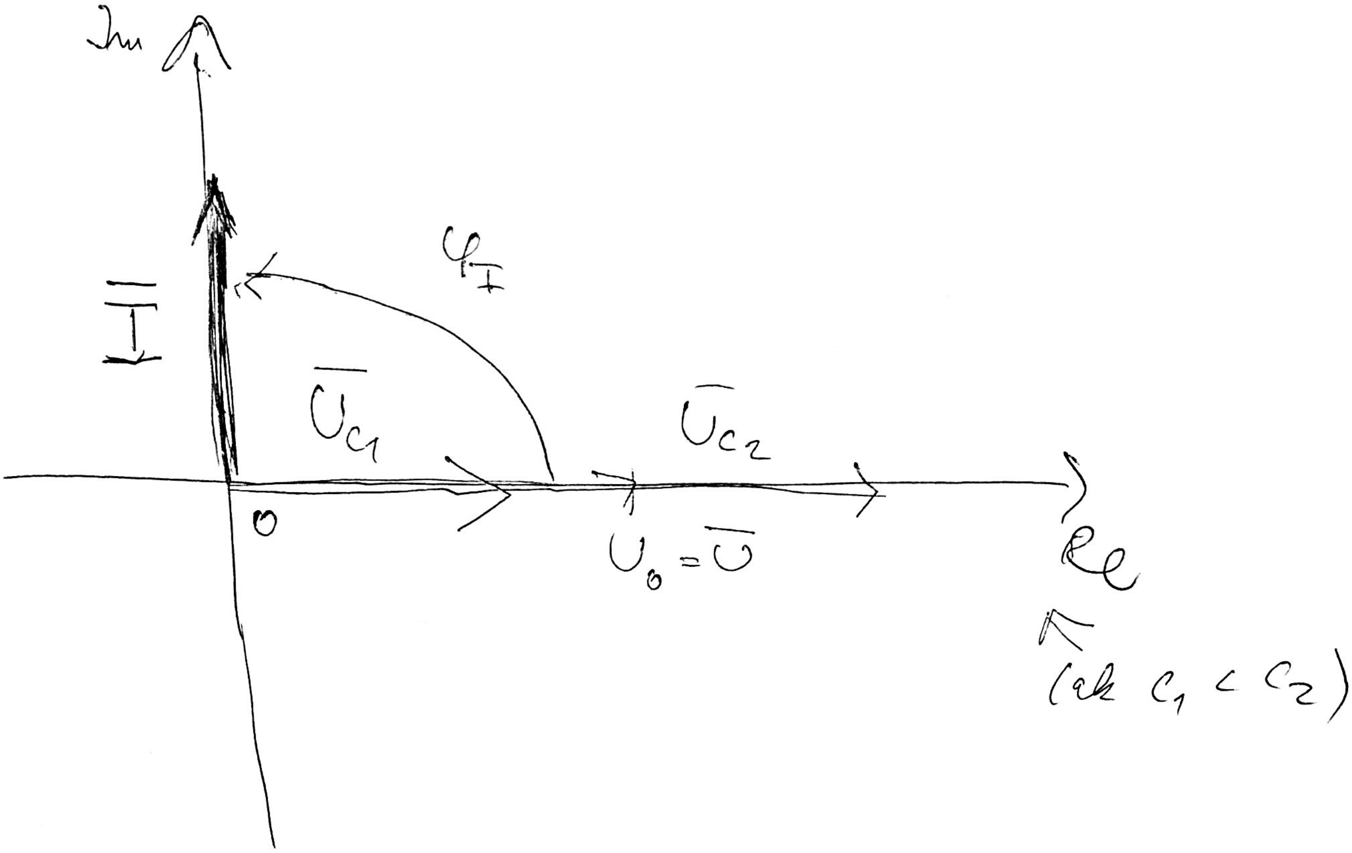
7.) Zakreslime získané informácie graficky do fázorového diagramu.

<u>Rekapitulácia</u>: $I_0 = U_0 \omega C$, vodič nám vyšiel čisto imaginárny

$\varphi_I = \frac{\pi}{2}$ (vidíme už z: $\bar{I} = U_0 i\omega C$)

$$U_{C_2} = \frac{U_0 C_1}{C_2+C_1}; \quad \varphi_{U_{C_2}} = 0$$

$$U_{C_1} = \frac{U_0 C_2}{C_2+C_1}; \quad \varphi_{U_{C_1}} = 0$$



↳ vidíme, že napätie je na kondenzátore posunuté o $-\frac{\pi}{2}$ voči prúdu. To platí pre kondenzátory úplne všeobecne. Hovoríme, že na ~~kondenzátore~~ kondenzátore prúd predbieha o $\frac{\pi}{2}$ napätie.