Difrakce

1600 ... Ch. Huyghens navrhl vlnovou teorii světla
Ta se ovšem neprosadila, protože
I. Newton zastával korpuskulární teorii

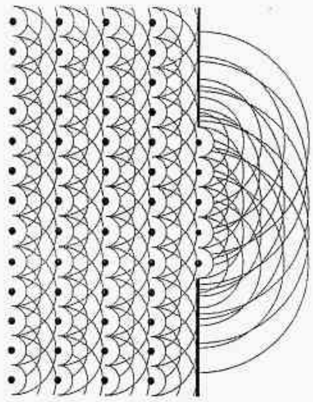
Huyghens předpokládal, že každý bod, kterého dosáhne světelná vlna se stane zdrojem kulových vln. Předpokládal, že se vlna šíří pouze vpřed. Na základě toho byl schopen odvodit zákony odrazu a lomu, ale nemohl vysvětlit odchylky od rektilineárního šíření, kdy světlo interaguje s překážkou (difrakční jevy)

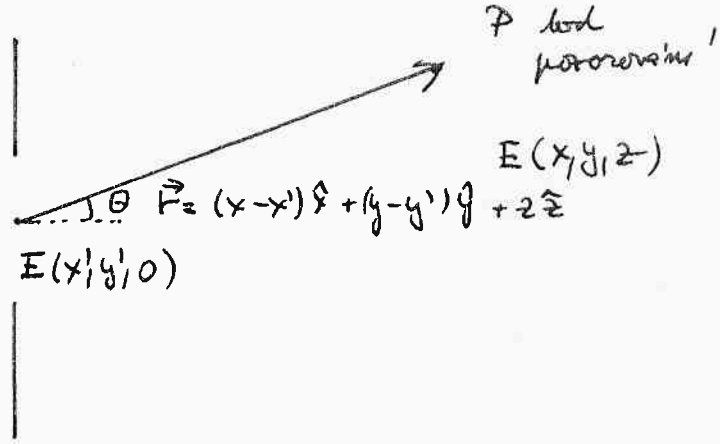
1816 Fresnel doplnil interferenci; a tím difrakční jevy vysvětlil. Rovněž doplnil tzv. směrový faktor. Tím formuloval Huyghensův princip matematicky.

Huyghensův princip lze považovat za důsledek izotropie prostoru. každá porucha vytvořená v dostatečně malém objemu izotropního prostoru se z této oblasti šíří všemi směry. Vlny spolu interferují (superpozice vln).

Matematicky je Huyghens - Fresnelův princip popsán Kirchhoffovým difrakčním integrálem (odvození např. P. Malý - Optika). Tento integrál je založen na skalární difrakční teorii, která nezahrnuje vektorový charakter polí a tím polarizační jevy.

apertura





$z' = 0$ $$r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}$$

Fresnelův difrakční integrál

$$E(x,y,z) = \frac{-i}{\lambda} \iint\limits_{apert.} E(x',y',0)\, \frac{e^{ikr}}{r}\, dx'dy'$$

1887 Kirchhoff Fresnelův (Huyghens - Fresnelův) integrál revidoval doplněním tzv. směrového faktoru

$$E(x,y,z) = \frac{-i}{\lambda} \iint\limits_{aper.} E(x',y',0)\, \frac{e^{ikr}}{r} \left(\frac{1+\cos\theta}{2} \right) dx'dy'$$

Směrový faktor je 1 pokud $\theta = 0$ (přímé šíření)

Směrový faktor je 0 pokud $\theta = \pi$ (zpětné šíření)

Tím je odstraněn problém s Fresnelovým integrálem, který na základě Huyghensova principu předpokládal i šíření zpětné vlny, která se ovšem experimentálně nepozoruje.

Výpočet Kirchhoff-Fresnelova integrálu je obtížný! Proto se v praxi používají jeho dvě aproximace – Fresnelova a Fraunhoferova.

Fresnelova aproximace – $\theta = 0$, $r \simeq z$ ve jmenovateli integrálu

r v exponentu nelze aproximovat jako z, protože fáze vlny se mění mnohem rychleji než amplituda. Provedeme proto aproximaci pomocí Taylorova rozvoje

$$r = z\sqrt{1 + \frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{z^2}} \approx z\left(1 + \frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{2z^2}\right)$$

$$E(x,y,z) = \frac{-i}{\lambda z} e^{ikz} e^{\frac{ik(x^2+y^2)}{2z}} \iint_{\sigma} E(x',y',0)\, e^{i\frac{k(x'^2+y'^2)}{2z}} e^{-i\frac{k}{z}(xx'+yy')} dx'dy'$$

Fresnelova aproximace K-F difrakčního integrálu

? Kdy lze použít ?

Musí platit $\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{z^2} \ll 1$

Přes určité zjednodušení je výpočet K-F integrálu i ve Fresnelově aproximaci komplikovaný a většinou případů je nutno počítat numericky.

Další aproximací K-F integrálu provede Fraunhofer. Jedná se o tzv. aproximaci vzdáleného pole.

V tomto případě budeme předpokládat, že platí

$$e^{i\frac{k}{2z}(x'^2+y'^2)} \approx 1$$

Platnost této aproximace záleží na porovnání velikosti apertury a vzdálenosti, v níž je pozorován difrakční obraz.

Tj. $z \gg \frac{k}{2}(\text{průměr apertury})^2$

$\Rightarrow$

$$E(x,y,z) \approx -\frac{i}{\lambda z} e^{ikz} e^{ik\frac{(x^2+y^2)}{2z}} \iint_{ap.} E(x',y',0)\, e^{-i\frac{k}{z}(xx'+yy')} dx'dy'$$

Např. ... nechť $\varnothing$ apertury je $\approx 10^{-4}\,m$

$\lambda = 600\,nm = 6 \times 10^{-7}\,m$

$$z \gg \frac{2\pi}{2\lambda} \cdot (10^{-4})^2 \doteq \frac{3}{6\times 10^{-7}} \cdot 10^{-8}\,m =$$

$$= 0.5 \times 10^{-1}\,m = 5\,cm$$

Fraunhoferovu aproximaci lze použít na vzdálenostech nejméně několik desítek cm od apertury o průměru $100\,\mu m$.

Fraunhoferova aproximace na čtvercovém nebo obdélníkovém otvoru (5)

(předp. $E(x',y',0) = E_0$

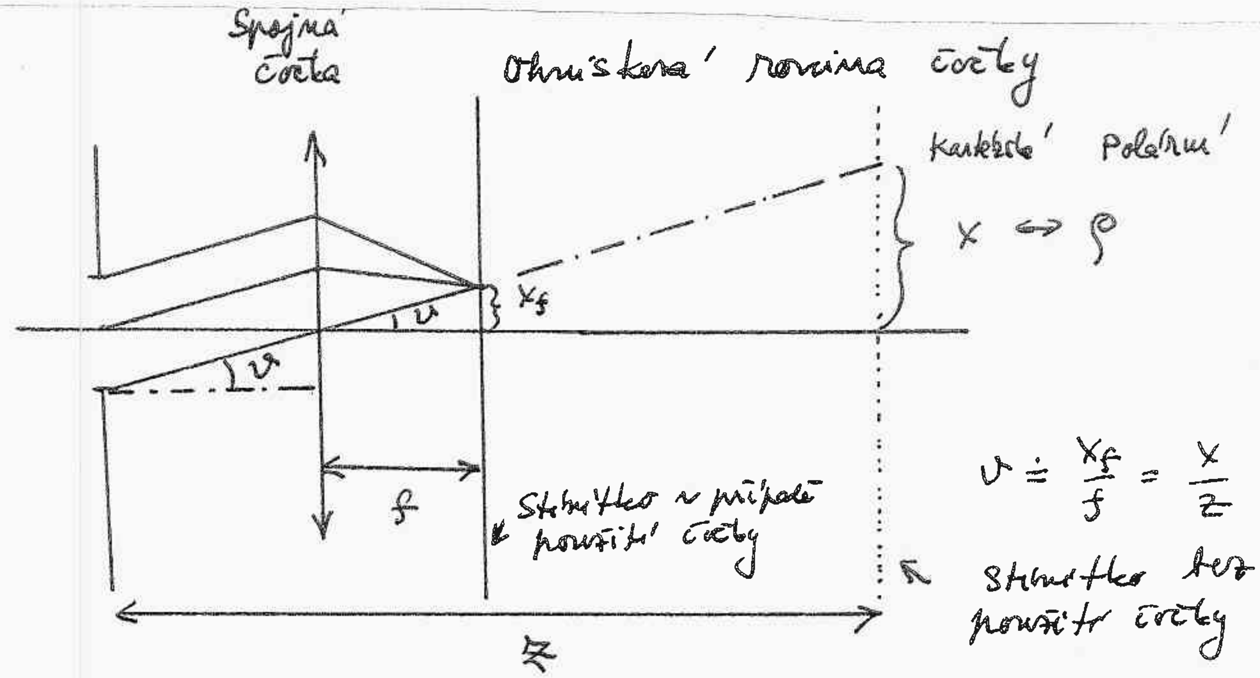
$$E(x,y,z) = \frac{-i}{\lambda}\,\frac{e^{ikz}}{z}\,e^{ik\frac{(x^2+y^2)}{2z}}\,E_0 \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} dx'\,e^{-i\frac{kxx'}{z}} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} dy'\,e^{-i\frac{kyy'}{z}}$$

$$\int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} e^{-i\frac{kxx'}{z}}\,dx' = -\frac{z}{ikx}\left[e^{-i\frac{kx}{z}\cdot\frac{a}{2}} - e^{i\frac{kx}{z}\frac{a}{2}}\right] =$$

$$= \frac{2iz}{ikx}\sin\frac{akx}{2z} = \frac{2z}{kx}\sin\frac{akx}{2z} = a\cdot\frac{2z}{akx}\sin\frac{akx}{2z} =$$

$$= a\,\mathrm{sinc}\,u \qquad u = \frac{akx}{2z} = \frac{ax}{2z}\cdot\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{a\pi x}{\lambda z} \doteq$$

$$\doteq \frac{a\pi}{\lambda}\,\mathrm{tg}\,\vartheta$$

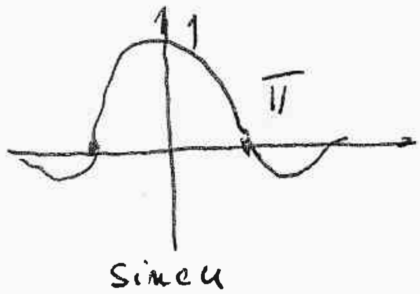


$$\vartheta \doteq \frac{x_f}{f} = \frac{x}{z}$$

$\mathrm{tg}\,\vartheta \doteq \vartheta = \frac{x}{z}$ bez použití čočky

$\mathrm{tg}\,\vartheta \doteq \vartheta = \frac{x_f}{f}$ s použitím spojné čočky s ohniskovou rovinou f

1. nulový bod $u = \frac{akx}{2z} = \pi \Rightarrow x = \frac{\lambda z}{a}$ (6)



$x \sim \frac{1}{a}$

Čím užší je štěrbina,
tím širší je centrální max

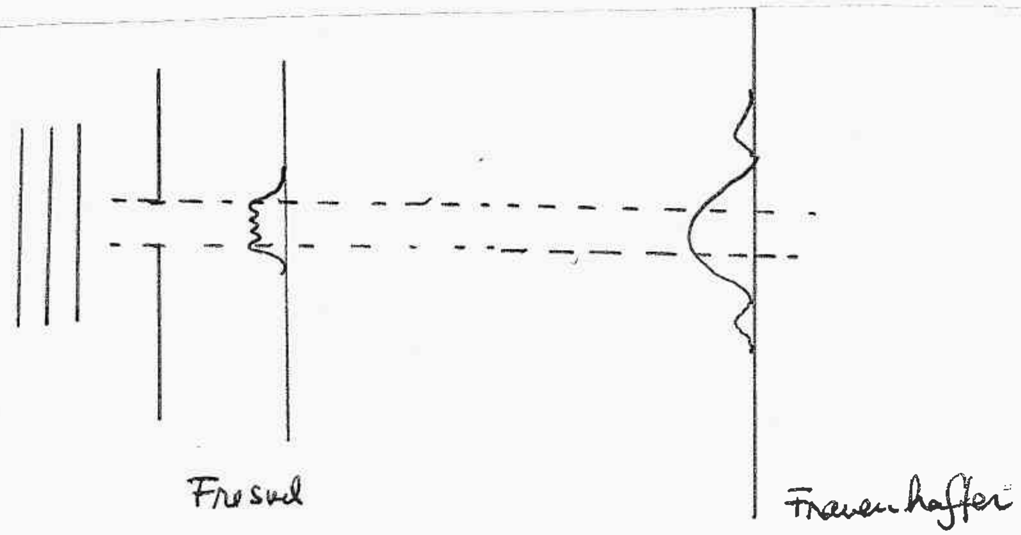
Integrál ve směru y se vypočte analogicky

Pak intenzita na stínítku je

$$I = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_0^2 \left(-\frac{i}{\lambda}\right)\cdot\left(+\frac{i}{\lambda}\right)\cdot\frac{1}{z^2}(\mathrm{sinc}\,u)^2(\mathrm{sinc}\,v)^2$$

kde $v = \frac{\pi}{\lambda}\frac{by}{z}$

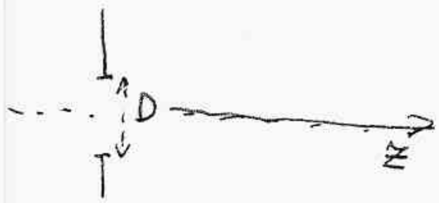
$$I = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_0^2\cdot\frac{1}{\lambda^2 z^2}(\mathrm{sinc}\,u)^2\cdot(\mathrm{sinc}\,v)^2$$



Difrakce na kruhovém otvoru

– Fresnelova aproximace – obecně složitý výpočet. Jednoduché je pro rozložení pole a intenzity na ose otvoru.

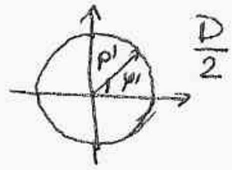
Předp... na kruhovou aperturu dopadá rovinná vlna, kolmo na rovinu apertury



Polární souřadnice

$x' = \rho' \cos\varphi'$

$y' = \rho' \sin\varphi'$



V apertuře pole všude stejné

$$E(0,0,z) = \frac{-i}{\lambda} \iint E_0 \frac{e^{ik\sqrt{x'^2+y'^2+z^2}}}{\sqrt{x'^2+y'^2+z^2}} \, dx' dy' \qquad E(x',y',0) = E_0$$

(protože v našem případě

$$(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2 = x'^2 + y'^2 + z^2$$

($z'=0$ -- apertura v bodě $z'=0$

$x=0 \quad y=0$ (studujeme jen průběh pole na ose z)

$$E(0,0,z) = \frac{-i}{\lambda} \int_0^{2\pi}\int_0^{D/2} E_0 \frac{e^{ik\sqrt{\rho'^2+z^2}}}{\sqrt{\rho'^2+z^2}} \rho' d\rho' d\varphi'$$

$$\xi = \sqrt{\rho'^2 + z} \qquad d\xi = \frac{\rho' d\rho'}{\sqrt{\rho'^2+z^2}}$$

$$E(0,0,z) = \frac{-iE_0 \cdot 2\pi}{\lambda} \int_{\xi_1}^{\xi_2} e^{ik\xi} d\xi$$

$$\xi_1 = z$$

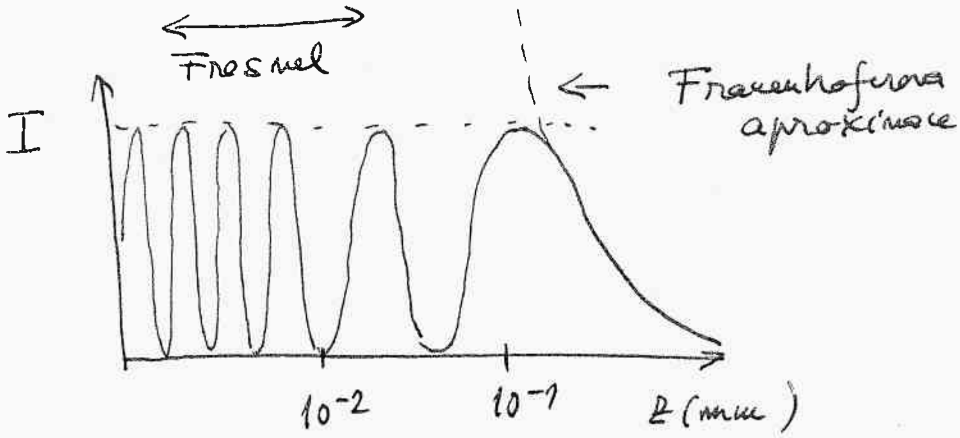
$$\xi_2 = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + z^2}$$

$$E(0,0,z) = \frac{-iE_0 \cdot 2\pi}{ik\lambda} \cdot \left(e^{ik\xi_2} - e^{ik\xi_1}\right) =$$

$$= -E_0 \left[e^{ik\sqrt{(\frac{D}{2})^2+z^2}} - e^{ikz}\right]$$

$$I \sim E_0 E_0^* = E_0^2 \left[e^{ik\sqrt{(\frac{D}{2})^2+z^2}} - e^{ikz}\right] \cdot \left[e^{-ik\sqrt{(\frac{D}{2})^2+z^2}} - e^{-ikz}\right]$$

$$= 2E_0^2 \left[1 - \cos\left(k\sqrt{(\tfrac{D}{2})^2+z^2} - kz\right)\right]$$

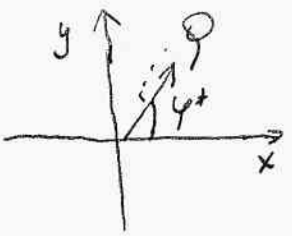


Příklad $D = 20\lambda$

Fraunhoferova aproximace

$$I(\rho, z) = I_0 \left(\frac{\pi D^2}{4\lambda z}\right)^2 \left[2 \frac{J_1\left(\frac{kD\rho}{2z}\right)}{\frac{kD\rho}{2z}}\right]^2$$

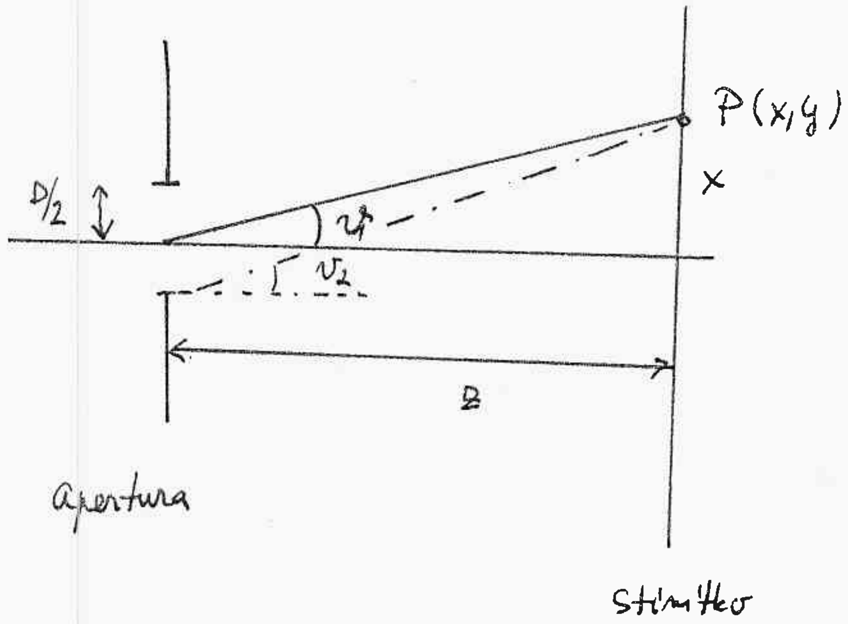
V rovině stínítka



Polární souřadnice v rovině stínítka

Funkce $J_1\left(\frac{kD\rho}{2z}\right)$ .. Besselova funkce 1. druhu

Označme $\eta = \frac{kD\rho}{2z}$



kartézské ⟺ polární

$x, y \Leftrightarrow \rho, \varphi$

$$\operatorname{tg} \vartheta \doteq \vartheta = \frac{x}{z}$$

V aproximaci malých úhlů (Fraunhoferova aprox. – z velké!)

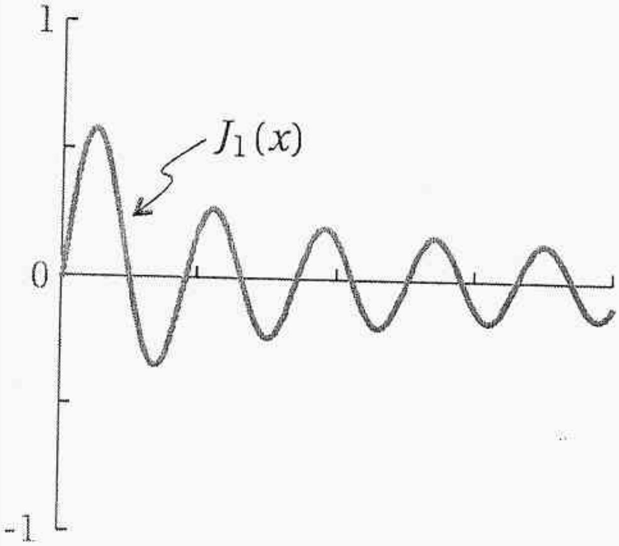
Zobrazení difrakčního obrazu apertury bez použití optiky. K intensitě světla v bodě P přispívají všechny body apertury. Úhly ϑ_i jsou vzhledem k velké vzdálenosti z přibližně stejné $\vartheta_i \doteq \frac{x}{z} \doteq \operatorname{tg} \vartheta_i \doteq \sin \vartheta_i$.

$$\eta = k \cdot \frac{D}{2} \sin \vartheta_i \doteq k \frac{D}{2} \vartheta_i = k \frac{D}{2} \frac{x}{z}$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{2 \eta z}{k D} = \eta \cdot \left(\frac{2 z}{k D} \right)$$

Průběh intenzity světla na stínítku bez použití optiky získáme tak, že argument Besselovy funkce η vynásobíme faktorem $\frac{2z}{kD}$ a tím získáme prostorovou souřadnici x (resp. ρ). V závislosti na x (případně na y) pak vyneseme prostorový průběh intenzity.

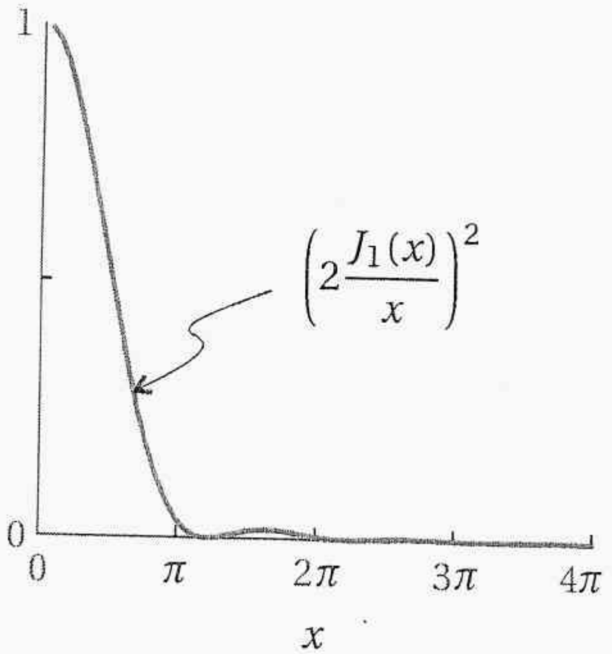
Má podobný průběh jako sinc s tím rozdílem, že 1. minimum je v $1{,}22\pi$



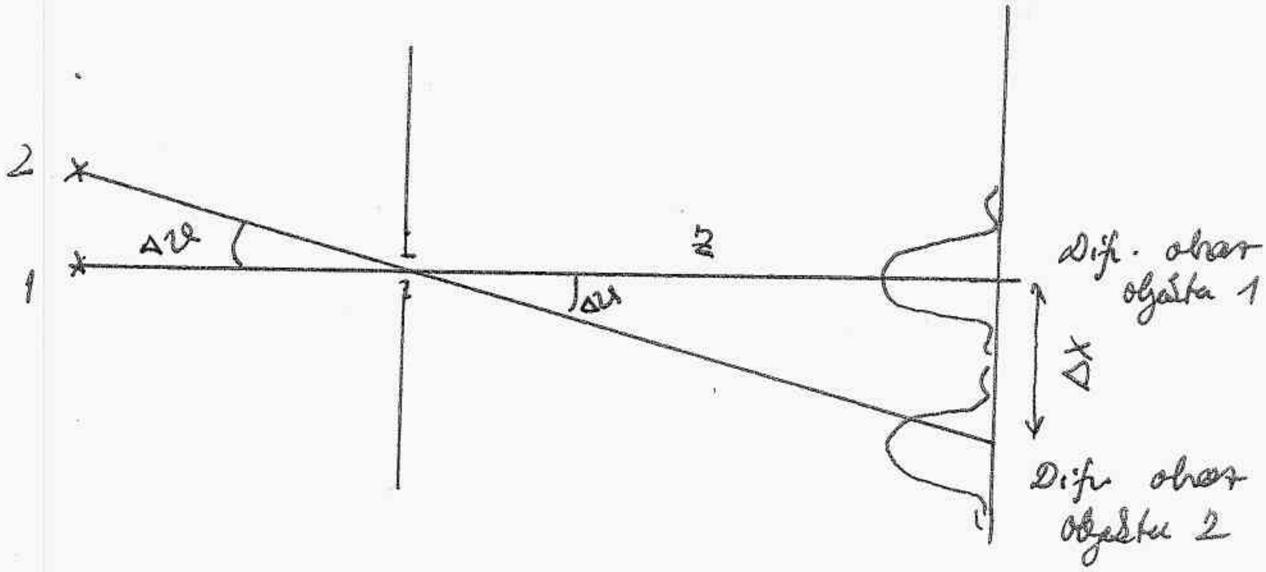
Besselova funkce 1. řádu

$$\eta = \frac{kD\rho}{2z}$$

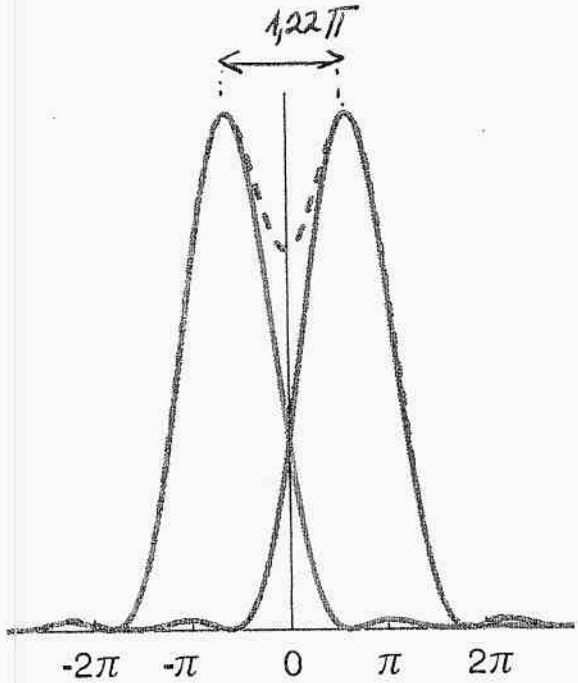
x v obrázku $= \eta$ podle našeho označení!



? Kdy lze rozlišit difrakční obrazy 2 bodů zobrazovaných kruhovou aperturou ?



$\Delta\vartheta \doteq \frac{\Delta x}{z}$ $\qquad$ $\Delta x = z\,\Delta\vartheta$



Rayleighovo kritérium rozlišitelnosti 2 bodů při difrakci na kruhové apertuře

$$\Delta\eta = k\frac{D}{2}\,tg\,\Delta\vartheta = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{D}{2}\,tg\,\vartheta = 1{,}22\,\pi$$ (12)

$$\Rightarrow \; tg\,\Delta\vartheta = 1{,}22\,\frac{\lambda}{D} \doteq \Delta\vartheta$$

(v aproximaci malých úhlů)

Dva objekty můžeme rozlišit, je-li jejich úhlová vzdálenost větší než $1{,}22\,\frac{\lambda}{D}$, kde λ je vlnová délka použitého světla a D je průměr kruhové difrakční apertury (např. $\varnothing$ objektivu optického přístroje)

Čím větší je D, tím větší je úhlová rozlišovací (menší minimální rozlišitelný úhel)

Hubbleův teleskop .. $D = 2{,}4\,m$

Další možnost – zkrácení λ – např. elektronová mikroskopie. De-Broglieho vlnová délka elektronu – závisí na jeho rychlosti.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v}$$ pro $E = 1\,keV$ $v \doteq 2\times10^{6}\,m/s$

$$\lambda \doteq 3{,}6\times10^{-10}\,m$$

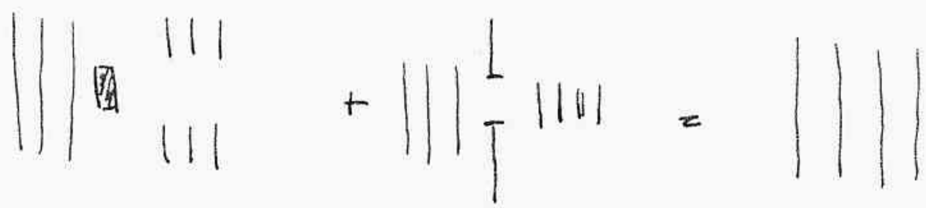
Příklad – s použitím Babinetova principu vypočtěte průběh intenzity světla za kruhovou překážkou (na ose z)

Řešení – Víme, že za kruhovým otvorem je průběh intenzity el. pole dán vztahem

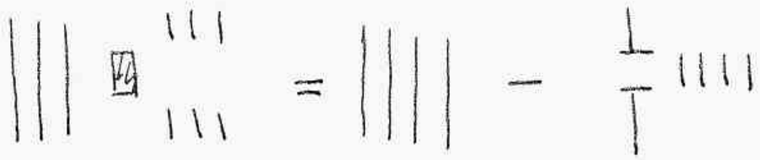
$$E_0 \left(e^{ikz} - e^{ik\sqrt{(\frac{D}{2})^2+z^2}}\right)$$

Z Babinetova principu plyne

→ průběh pole za stínítkem



Překážka Otvor Rovinná vlna

⇒ 

tento výsledek známe z minulého příkladu

$$\Rightarrow E(0,0,z) = E_0 e^{ikz} - E_0 \left[e^{ikz} - e^{ik\sqrt{[\frac{D}{2}]^2+z^2}}\right]$$

$$= E_0 e^{ik\sqrt{(\frac{D}{2})^2+z^2}}$$

$$I \sim E_0 E_0^* = E_0^2$$

Tj. v místě středu za kruhovou překážkou je intenzita stejná jako intenzita dopadající vlny

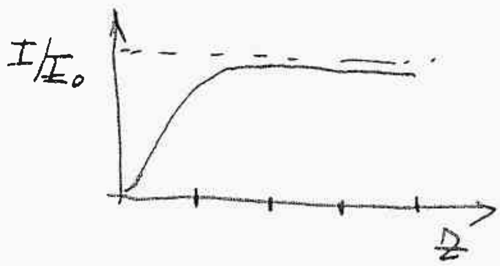
Historická poznámka

V 19. století pokračoval spor o podstatě světla (vlnová nebo částicová?)

Francouzská akademie věd vyhlásila soutěž na určení podstaty světla.
Do soutěže se přihlásil Fresnel s vlnovým modelem světla
Teoretik Simon Poisson Fresnelovu teorii prostudoval a prohlásil ji za chybnou. Zdůvodnil to tím, že podle ní by v geometrickém stínu za kruhovou překážkou musela vzniknout světlá skvrna, což nebylo pozorováno. Předseda komise Dominique Arago rozhodl o přezkoumání a novém přeměření, při kterém byla Poissonem předpovězená skvrna skutečně objevena. Fresnel získal cenu. Jednalo se o významný důkaz vlnové podstaty světla. Fyzikální příčinou vzniku světlé skvrny je interference paprsků mimo aperturu, která je díky kruhové symetrii na optické ose z konstruktivní!

Při těchto výpočtech jsme neuvažovali v Kirchhoff Fresnelově integrálu směrový faktor

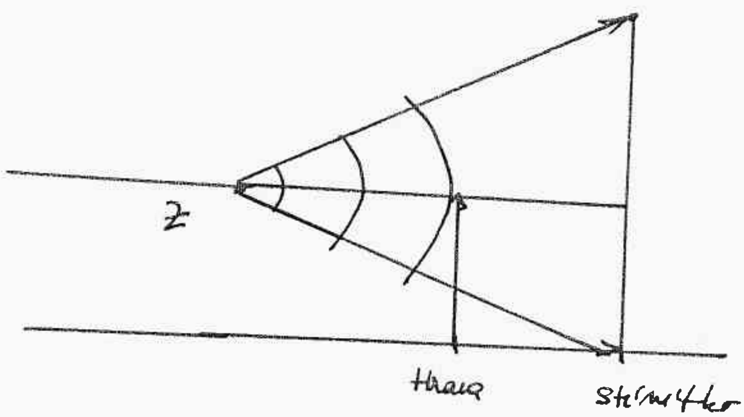
Při jeho započtení (numericky) vyjde následující průběh intenzity světla na ose z za kruhovým stínítkem

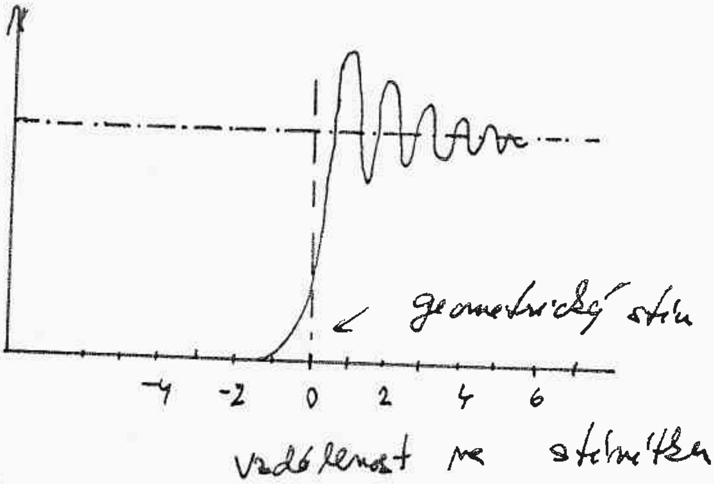


tj. do určité vzdálenosti za stínítkem intenzita postupně roste a blíží se námi vypočtené hodnotě

$$I \sim E_0^2 = I_0$$

Fresnelova difrakce na hraně





Nyní místo 1 apertury N

Nejprve odvodíme obecný vztah pro difrakci na N identických aperturách obecného tvaru – tzv. array teorém

x_n', y_n'

N apertur v masce s identickým rozložením pole $E_{Ap}(x', y', 0)$

Pozice n-té apertury je dána souřadnicemi x_n', y_n'

Pole v každé apertuře je pak $E_{Ap}(x'-x_n', y'-y_n', 0)$

$$E(x', y', 0) = \sum_{n=1}^{N} E_{Ap}(x'-x_n', y'-y_n', 0)$$

Pak z Fraunhoferovy difrakční formule plyne

$$E(x,y,z) = -\frac{i}{\lambda} \cdot \frac{e^{ikz}}{z} e^{i\frac{k}{2z}(x^2+y^2)} \sum_{n=1}^{N} \int_{-\infty}^{+\infty} dx' \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \, E_{Ap}(x'-x_n', y'-y_n', 0) \, e^{i\frac{k}{z}(xx'+yy')}$$

$E_{Ap} = 0$ mimo okolí x_n', y_n'

Dále provedeme záměnu proměnných

$$x'' = x' - x_n' \qquad y'' = y' - y_n'$$

$$E(x,y,z) = -\frac{i}{\lambda} \cdot \frac{e^{ikz}}{z} e^{i\frac{k}{2z}(x^2+y^2)} \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx'' \int_{-\infty}^{\infty} dy'' \, E_{Ap}(x'', y'', 0) \, e^{i\frac{k}{2z}\left[x(x''+x_n') + y(y''+y_n')\right]}$$

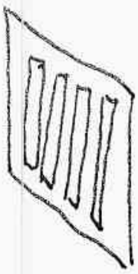
Dále přeneseme faktor $e^{-i\frac{k}{z}(xx_n'+yy_n')}$ před integrál (16)

$$E(x,y,z) = \left[\sum_{n=1}^{N} e^{-i\frac{k}{z}(xx_n'+yy_n')}\right] \cdot \left[\frac{-i}{\lambda}\frac{e^{ikz}}{z} e^{i\frac{k}{2z}(x^2+y^2)} \cdot \right.$$

$$\left. \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} dx'' \int_{-\infty}^{+\infty} dy'' \, E_{Ap}(x'', y'', 0)\, e^{-i\frac{k}{z}(xx''+yy'')} \right]$$

Druhá [ ] představuje Fraunhoferovu difrakci na jedné apertuře umístěné v $x''=y''=0$

Difrakční mřížka



Pozice apertur

$$x_n' = \left(n - \frac{N+1}{2}\right) d_0 \qquad y_n' = 0$$

N je celkový počet štěrbin

Sumace 1. závorky

$$\sum_{n=1}^{N} e^{-i\frac{k}{z}(xx_n'+yy_n')} = \sum_{n=1}^{N} e^{-i\frac{k}{z}d_0 x \cdot n} \cdot e^{i\frac{kd_0x}{z}\left(\frac{N+1}{2}\right)} =$$

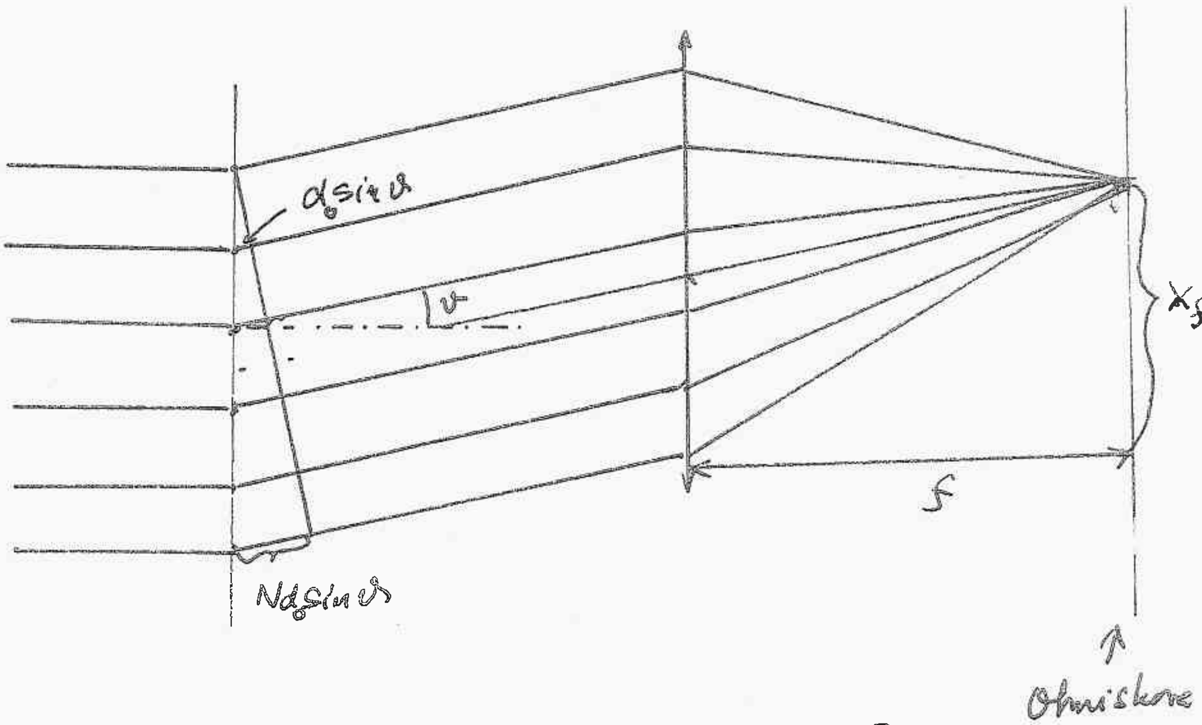
$$= e^{i\frac{kd_0x}{z}\left(\frac{N+1}{2}\right)} \cdot e^{-i\frac{kd_0x}{z}} \underbrace{\frac{e^{-i\frac{kd_0x \cdot N}{z}} - 1}{e^{-i\frac{kd_0x}{z}} - 1}}_{\text{Součet geometrické řady o N členech}}$$

$$= e^{\,i\frac{kd_0xN}{2z} + i\frac{kd_0x}{2z} - i\frac{kd_0x}{2}} \cdot \frac{e^{-i\frac{kd_0xN}{2z}}}{e^{-i\frac{kd_0x}{2z}}} \cdot \frac{\left(e^{-i\frac{kd_0xN}{2z}} - e^{i\frac{kd_0xN}{2z}}\right)}{\left(e^{-i\frac{kd_0x}{2z}} - e^{i\frac{kd_0x}{2z}}\right)}$$

$$= \frac{e^{-i\frac{kd_0xN}{2z}} - e^{i\frac{kd_0xN}{2z}}}{e^{-i\frac{kd_0x}{2z}} - e^{i\frac{kd_0x}{2z}}} = \frac{\sin\frac{Nkd_0x}{2z}}{\sin\frac{kd_0x}{2z}}$$

Označme $\delta = \frac{kd_0x}{z}$

$$I(x,y,z) = \underbrace{\frac{\sin^2 N\frac{\delta}{2}}{N^2\sin^2\frac{\delta}{2}}}_{\text{difr. mřížka (rozložení apertur)}} \cdot \underbrace{N^2 I_0 \frac{a^2b^2}{\lambda^2 z^2}\sin^2 cu\,\sin^2 cv}_{\text{Příspěvek od jedné apertury závisí na tvaru – zde pro obdélníkový vryp s rozměry } a,b}$$



Ohnisková rovina čočky

Vlastnosti funkce $F(\delta) = \frac{\sin^2 N\frac{\delta}{2}}{N^2\sin^2\frac{\delta}{2}}$

Periodická s periodou 2π

Hlavní maxima $\sin\frac{\delta}{2} = 0$ $\frac{\delta}{2} = 0, \pm\pi \pm 2\pi$

Je-li $\delta = 2m\pi$ je $\sin N\cdot\frac{\delta}{2} = \sin mN\delta = 0$

Hodnota funkce $\dfrac{\sin N\cdot\frac{\delta}{2}}{N\sin\frac{\delta}{2}}$ v hlavních

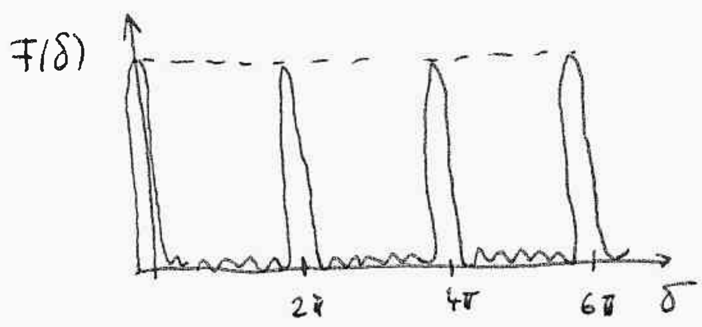
maximech $\delta = 2m\pi$ proto vypočteme pomocí l'Hospitalova pravidla

$$\lim_{\delta\to 2m\pi}\frac{\sin N\frac{\delta}{2}}{N\sin\frac{\delta}{2}} = \lim\frac{\frac{d(\sin N\frac{\delta}{2})}{d\delta}}{N\frac{d(\sin\frac{\delta}{2})}{d\delta}} = \lim_{\delta\to 2m\pi} = \frac{1}{N}\cdot\frac{N}{2}\,\frac{2\cos\frac{N\delta}{2}}{\cos\frac{\delta}{2}} =$$

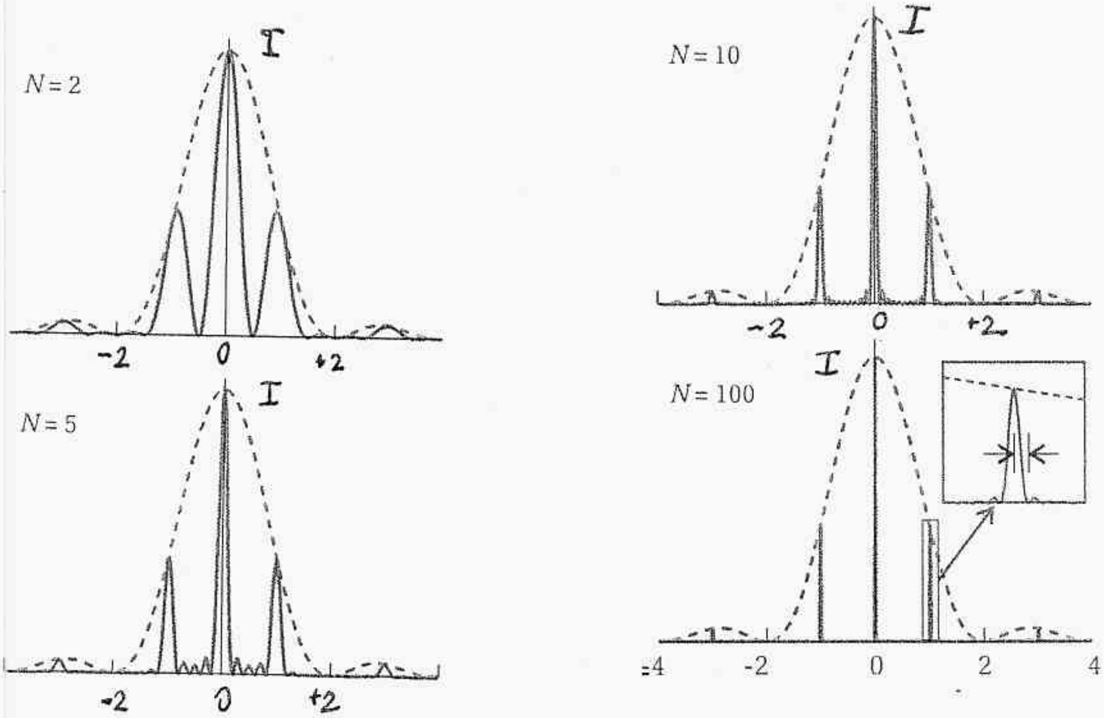
$$= \lim_{\delta\to 2m\pi}\frac{\cos Nm\pi}{\cos m\pi} = \pm 1$$

$$\Rightarrow \lim_{\delta\to 2m\pi}\frac{\sin^2 N\frac{\delta}{2}}{N^2\sin^2\frac{\delta}{2}} = 1$$

$$F(\delta) = \frac{\sin^2 N\cdot\frac{\delta}{2}}{N^2\sin^2\frac{\delta}{2}}$$



Difrakce na difrakční mřížce s různým počtem vrypů



Na ose x je vyneseno $v = \frac{x s}{f}$ v jednotkách $\frac{\lambda}{d_0}$

Výsledný průběh intenzity je dán modulací funkce $F(\delta)$ intenzitou difrakce na odděleném otvoru.

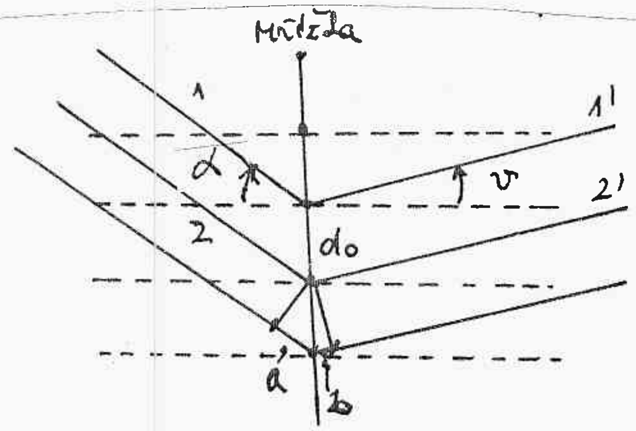
Závislost polohy hlavních maxim difrakční mřížky na úhlu ϑ

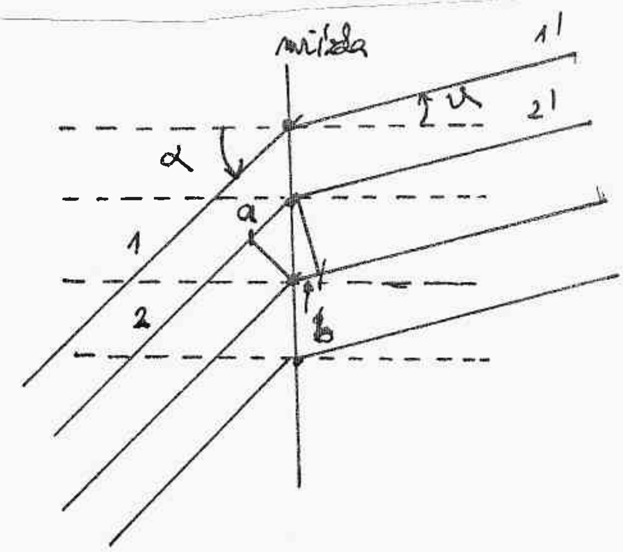
Uspořádání na průchod

A

$\alpha, \vartheta \in \langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$

B





a) .. $d_0 \sin \alpha$ dráhový rozdíl

$k_0 d_0 \sin \alpha$ fázový rozdíl

Paprsek 1 dopadá dříve než paprsek 2, vlnoplocha 1 se šíří z mřížky dříve než v případě paprsku 2.

$\Rightarrow$ dráhové rozdíly se sčítají při použití orientovaných úhlů

$\alpha < 0, \quad \vartheta > 0$

$d_0 \sin \vartheta - d_0 \sin \alpha = m\lambda$

$k_0 d_0 \sin \vartheta - k_0 d_0 \sin \alpha = 2m\pi$

Podmínky maxima

$\rightarrow$ Znaménko součet drah pro $\alpha < 0, \vartheta > 0$

Paprsek 1 dopadá později než paprsek 2, ale vlnoplocha 1 se šíří z mřížky dříve než vlnoplocha 2.

Zde $\alpha > 0, \ \vartheta > 0$

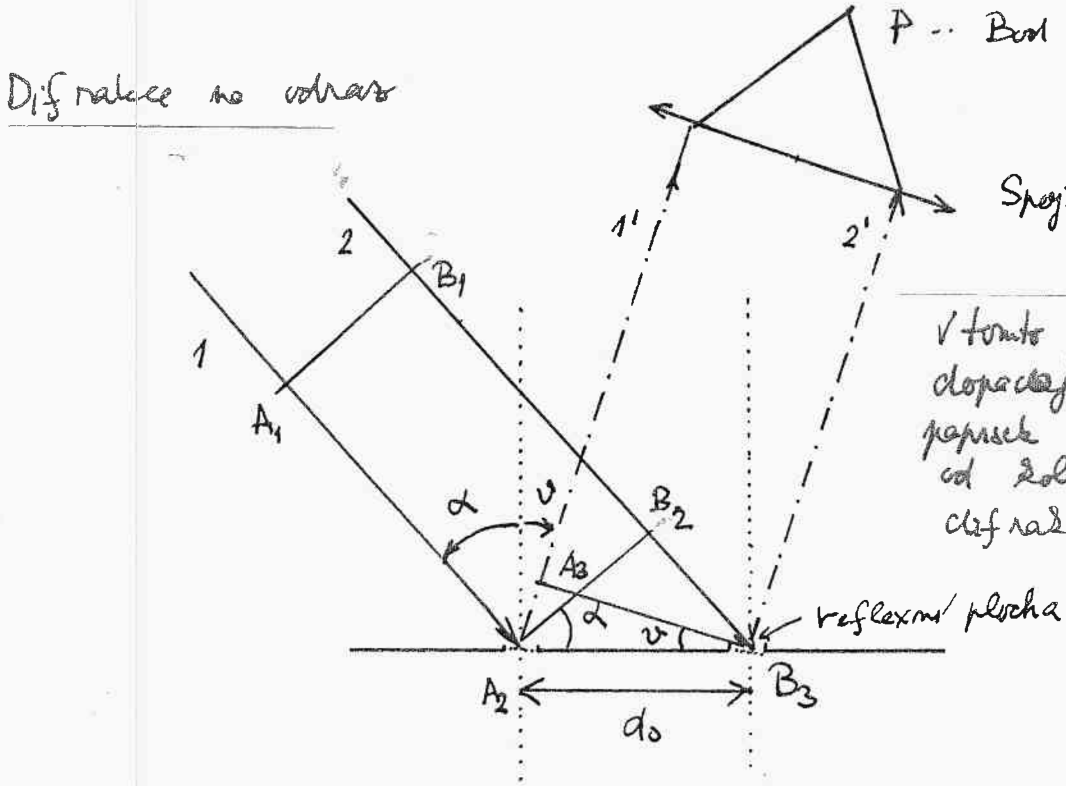
$d_0 \sin \vartheta - d_0 \sin \alpha = m\lambda$

$k_0 d_0 \sin \vartheta - k_0 d_0 \sin \alpha = 2m\pi$

Podmínky maxima

$\rightarrow$ Znaménko rozdíl drah pro $\alpha > 0, \vartheta > 0$

Difrakční mřížka – uspořádání na odraz
otvory jsou nahrazeny reflexními plochami



V tomto případě jsou dopadající a difraktovaný paprsek na opačných stranách od kolmice k rovině difrakční mřížky

Znaménková konvence – úhel měřený od kolmice dopadu proti směru hodinových ručiček je >0, ve směru hodinových ručiček <0

t.j. $\alpha > 0$, $\vartheta < 0$ pro případ nakreslený na obrázku

Dráhový rozdíl celkem

$$d_0 \sin\vartheta + d_0 \sin\alpha = m\lambda$$

Dráhové rozdíly se odčítají

$$\Rightarrow \quad d_0 \sin\alpha > 0 \qquad d_0 \sin\vartheta < 0$$

Mřížková rovnice

$$d_0 \sin\alpha + d_0 \sin\vartheta = m\lambda$$ – Podmínka maxima

0. tý difrakční řád se nachází ve směru odraženého paprsku $\sin\alpha = -\sin\vartheta$

$\alpha = -\vartheta$ (Zákon odrazu)