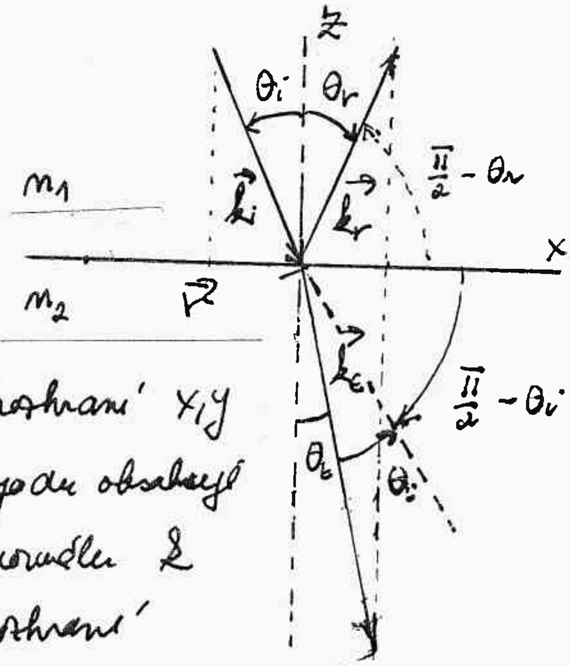
Odraz a lom

Rozhraní dielektrik $\varepsilon_r = f(\omega)$



$$\vec{E}_i = \vec{E}_{0i}\, e^{i(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega_i t)}$$

r r r

t t t

V bodě $\vec{r} = 0$ musejí být všechny vlny ve fázi (Předpoklad spojitosti vlnoploch)

$\Rightarrow \omega_i = \omega_r = \omega_t$

$0 \le \theta_i, \theta_r, \theta_t \le \frac{\pi}{2}$

Rovina rozhraní x, y

Rovina dopadu obsahuje $\vec{k}_i$ a normálu k rovině rozhraní

V čase $t = 0$ $\quad \vec{k}_i \cdot \vec{r} = \vec{k}_r \cdot \vec{r} = \vec{k}_t \cdot \vec{r}$

$\vec{r}$ v rovině rozhraní

$\vec{r} = (x, y, 0)$

Je-li $\vec{k}_i$ v rovině x, z

$$\vec{k}_i \cdot \vec{r} = (k_{ix}, 0, k_{iz}) \cdot (x, y, 0) = k_{ix} x =$$

$$= k_i \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_i\right) x = k_i x \sin\theta_i$$

$$\vec{k}_r \cdot \vec{r} = k_r \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_r\right) \cdot x = k_r x \sin\theta_r$$

$$k_i = \frac{\omega}{c} n_1 \qquad k_r = \frac{\omega}{c} n_1$$

$$\frac{\omega}{c} n_1 x \sin\theta_i = \frac{\omega}{c} n_1 x \sin\theta_r$$

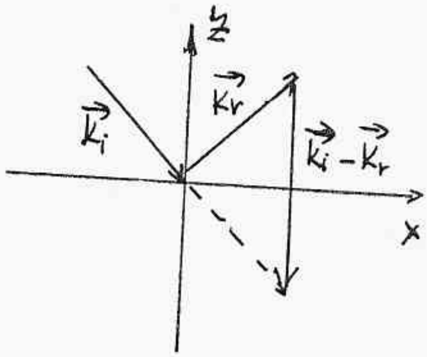
$\Rightarrow \sin\theta_i = \sin\theta_r$ zákon odrazu

$$\vec{k}_i \cdot \vec{r} = \vec{k}_t \cdot \vec{r}$$

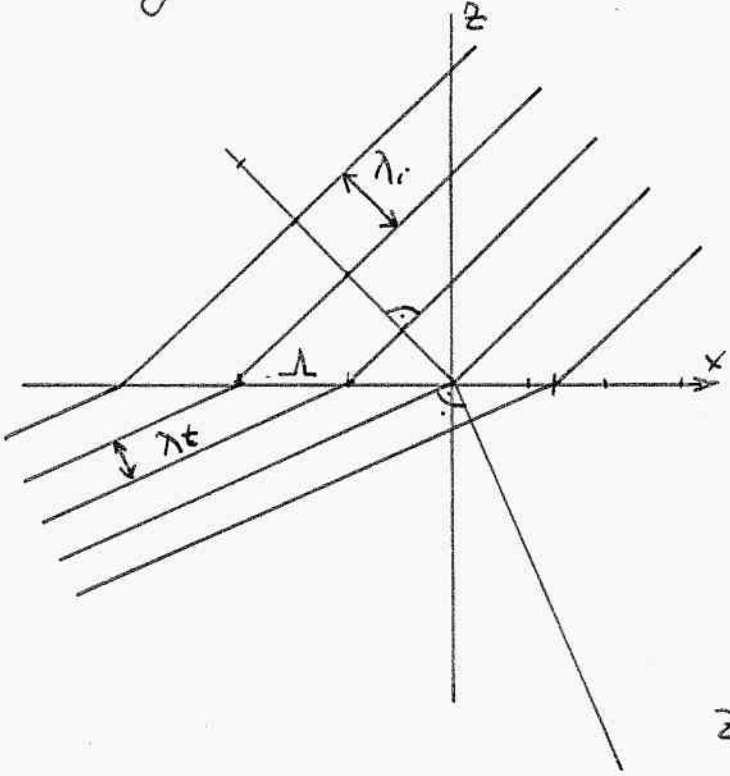
$$\frac{\omega}{c} n_1 x \sin\theta_i = \frac{\omega}{c} n_2 x \sin\theta_t$$

$$\Rightarrow \quad n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t$$

Snellův zákon



Vzhledem k tomu, že vektor $\vec{r}$ leží v rovině rozhraní, je z nulovosti skalárního součinu $(\vec{k}_i - \vec{k}_r)\cdot\vec{r} = 0$ a $(\vec{k}_i - \vec{k}_t)\cdot\vec{r} = 0$ zřejmé, že vektor odpovídající změně vlnového vektoru při dopadu, resp. lomu je kolmý k rovině rozhraní. To znamená, že vlnové vektory dopadající, odražené a lomené vlny leží v rovině dopadu, která je určena směrem vlnového vektoru dopadající vlny a normálou k rozhraní.



Místo vlnových vektorů můžeme kreslit vlnoplochy

$$\lambda_i = v_i T$$
$$v_i = \frac{c}{n_i}$$
$$\lambda_t = v_t T$$
$$v_t = \frac{c}{n_t}$$

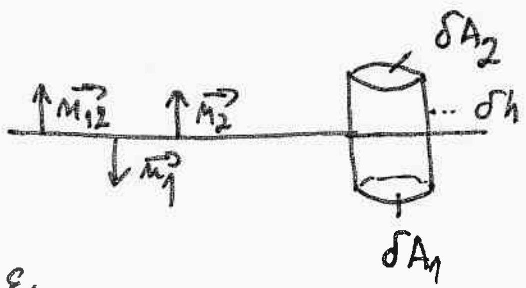
Zde $n_t > n_i$

$v_t < v_i$

$\lambda_t < \lambda_i$

Podmínky na rozhraní

② n_2, ε_2



$\vec{n}_1 = -\vec{n}_{12}$

$\vec{n}_2 = \vec{n}_{12}$

① n_1, ε_1

Jednotkové normálové vektory (nezaměňovat s indexy lomu n_1, n_2)

Objem válečku dV

Předpokládejme, že ostré rozhraní je nahrazeno vrstvou, ve které se ε (případně μ v magn. materiálech) mění rychle, ale kontinuálně. $\vec{B}$ a jeho derivace se tedy ve vrstvě rovněž mění spojitě – můžeme použít Gaussovu větu.

$$\int_V \mathrm{div}\,\vec{B}\, dV = \oint_S \vec{B}\cdot d\vec{A} = \oint_S \vec{B}\cdot\vec{n}\, dA = 0$$

$\vec{n}$ je normálový vektor k ploše A

V našem případě jsou plochy $\delta A_1, \delta A_2$ malé. Proto má $\vec{B}$ na ploše δA_1 konstantní hodnotu $\vec{B}^{(1)}$ a na ploše δA_2 hodnotu $\vec{B}^{(2)}$.

$$\Rightarrow \quad \oint_S \vec{B}\cdot\vec{n}\, dA = \vec{B}^{(1)}\cdot\vec{n}_1\,\delta A_1 + \vec{B}^{(2)}\cdot\vec{n}_2\,\delta A_2 + \int_{\text{stěny}} = 0$$

Nyní uděláme limitu $\delta h \to 0$

$\Rightarrow$ Příspěvek k integrálu od stěn válce je nulový.

$$-\vec{B}^{(1)}\cdot\vec{n}_{12} + \vec{B}^{(2)}\cdot\vec{n}_{12} = 0 \qquad \vec{n}_{12}\cdot\vec{B}^{(2)} = \vec{n}_{12}\cdot\vec{B}^{(1)}$$

$\Rightarrow$

$\Rightarrow \quad B^{(2)}_n = B^{(1)}_n$ Normálové složky B jsou spojité na rozhraní

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = \vec{E}^{(1)}\cdot\vec{t}_1\, dl_1 + \vec{E}^{(2)}\cdot\vec{t}_2\, dl_2 + \int\limits_{\substack{P_1P_2\\ Q_1Q_2}} (\text{hrany}) =$$

$$= -\frac{\partial \phi_B}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B}\cdot\vec{b}\, dS =$$

$$= -\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{B}\cdot\vec{b}\,\delta l\,\delta h\right) \qquad \delta l_1 = \delta l_2 = \delta l$$

Nyní uplatníme limitu $\delta h \to 0$

$\Rightarrow$ Příspěvek od hran P_1P_2, $Q_1Q_2 = 0$

$$\Rightarrow \quad (\vec{E}^{(1)}\cdot\vec{t}_1 + \vec{E}^{(2)}\cdot\vec{t}_2)\,\delta l = 0$$

$$\vec{t}_1 = -\vec{t} = -\vec{b}\times\vec{n}_{12}$$

$$\vec{t}_2 = \vec{t} = \vec{b}\times\vec{n}_{12}$$

$$\vec{E}^{(1)}\cdot[-\vec{b}\times\vec{n}_{12}] + \vec{E}^{(2)}\cdot[\vec{b}\times\vec{n}_{12}] = 0$$

$$\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c}) = \vec{b}\cdot(\vec{c}\times\vec{a})$$

$$\Rightarrow \quad \vec{b}\cdot[\vec{n}_{12}\times\vec{E}^{(1)}] = \vec{b}\cdot[\vec{n}_{12}\times\vec{E}^{(2)}]$$

Jelikož orientace obdélníka a tím i vektoru $\vec{B}$ je libovolná i orientace vektoru $\vec{b}$. Proto musí platit

$$\vec{n}_{12}\times\vec{E}^{(1)} = \vec{n}_{12}\times\vec{E}^{(2)}$$

$$\vec{n}_{12}\times[\vec{E}^{(2)} - \vec{E}^{(1)}] = 0$$

$\Rightarrow$ tečné složky $\vec{E}$ jsou spojité na rozhraní

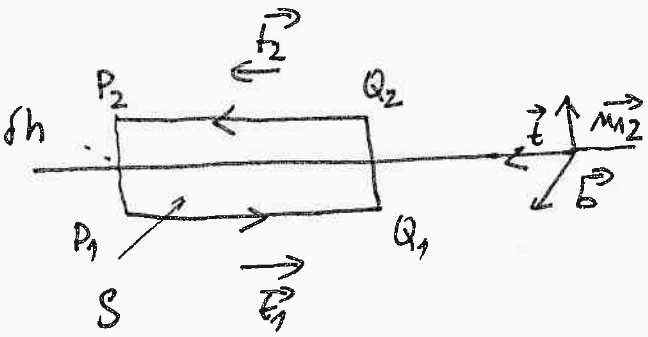
$$E^{(2)}_{tan} = E^{(1)}_{tan}$$

Stejným postupem při použití rovnice
$\operatorname{div} \vec{D} = \rho_f$ dojdeme ke vztahu

$$\vec{n}_{12} \cdot \left(\vec{D}^{(2)} - \vec{D}^{(1)}\right) = \rho_{f,S} \qquad D_n^{(2)} = D_n^{(1)} \text{ pro } \rho_{f,S} = 0$$

$\rho_{f,S}$ je volný náboj na rozhraní dvou prostředí (plošný – C/cm^2). V ideálním dielektriku je nepohyblivý.

Dále budeme odvozovat podmínky na rozhraní pomocí rovnic pro $\operatorname{rot} \vec{E}$ a $\operatorname{rot} \vec{H}$.



Na rozhraní umístíme uzavřenou smyčku ve tvaru obdélníka

Vektor $\vec{b}$ je $\perp$ na rovinu v níž leží smyčka. Vektor $\vec{t}$ a vektory $\vec{t}_1$ a $\vec{t}_2$ jsou $\perp$ na $\vec{n}_{12}$ a $\vec{b}$. $\vec{b} \perp \vec{n}_{12}$

Vektor $\vec{n}_{12}$ je normálový jednotkový vektor kolmý k rovině rozhraní.

$P_1 Q_1 = \delta l_1$

$P_2 Q_2 = \delta l_2$

$\delta l_1, \delta l_2$ .. malé – hodnotu $\vec{E}$ na nich můžeme nahradit konstantami $\vec{E}^{(1)}$ a $\vec{E}^{(2)}$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \int \operatorname{rot} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int \operatorname{rot} \vec{E} \cdot \vec{b} \cdot dS =$$

$$= \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial \phi_B}{\partial t}$$

Stejným postupem při využití rovnice

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{j}_f + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

dojdeme ke vztahu

$$\vec{n}_{12} \times [\vec{H}^{(2)} - \vec{H}^{(1)}] = \vec{j}_{f,S}$$

kde $\vec{j}_{f,S}$ je hustota proudu tekoucího po rozhraní

V případě, že $\vec{j}_{f,S} = 0$ platí

$$H^{(2)}_{tan} = H^{(1)}_{tan}$$

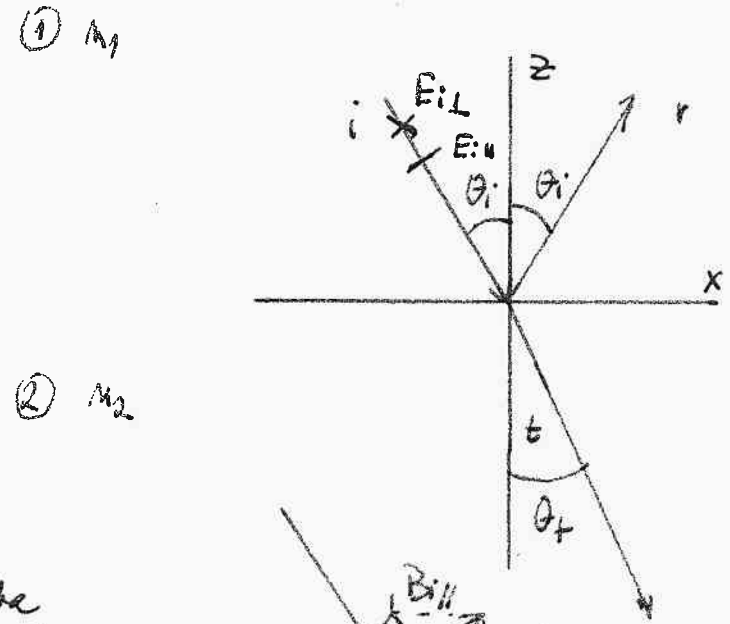
tj. jsou spojité tečné složky $\vec{H}$

Protože $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$, jsou v tomto případě spojité i tečné složky $\vec{B}$

Shrnutí

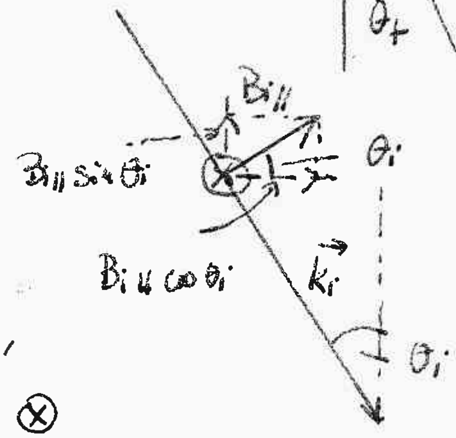
V prostředí s povrchovými náboji a proudy jsou spojité normálové složky $\vec{B}$ a tečné složky $\vec{E}$. V prostředí bez povrchových nábojů a proudů jsou spojité i normálové složky $\vec{D}$ (a tím i $\vec{E}$) a tečné složky $\vec{H}$ (a tím i $\vec{B}$)

Dále se budeme zabývat intenzitami odraženého a prošlého světla a odvodíme tzv. Fresnelovy vztahy



Konkrétní volba směru kmitání vektorů.

$\vec{E}$ kmitá $\perp$ na rovinu dopadu, volíme fázi kmitu, kdy kmitá směrem za „papír". ⊗



$\vec{S} \times \vec{E} = c\vec{B}$ (×)

Směr $\vec{B}$ je pak dán vztahem (×)

Rozložíme vektor $\vec{E}_i$ do složek – $E_{i\perp}$, $E_{i\parallel}$

$E_{i\perp}$ ... kolmá k rovině dopadu

$E_{i\parallel}$ ... $\parallel$ s rovinou dopadu

Dále vybereme jednu z komponent a ukážeme postup výpočtu. Vybereme $E_\perp$

Stejným způsobem rozložíme do složek vektor $\vec{B}_i$

složka $B_{i\parallel}$ je vždy spojena s $E_{i\perp}$

Protože $\vec{E}, \vec{B}$ a $\vec{S}$ jsou na sebe kolmé a tvoří pravotočivý systém, je orientace vektorů taková, jako je na obrázku

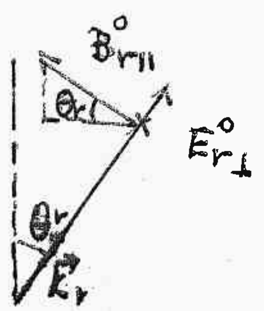
Dále nás bude zajímat složka $\overset{\circ}{B}_{i\parallel} \cos\theta_i$ (tečná složka komponenty $B_{i\parallel}$)

Proč? Protože víme, že $H^{(1)}_{tan} = H^{(2)}_{tan}$ pro případ $\vec{j}_s = 0$, t.j. případ který nyní řešíme (rozhraní 2 dielektrik)

t.j. $\dfrac{B^{(1)}_{tan}}{\mu_0 \mu_r^{(1)}} = \dfrac{B^{(2)}_{tan}}{\mu_0 \mu_r^{(2)}}$ Jelikož předpokládáme nemagnetické prostředí, je $\mu_r^{(1)} = \mu_r^{(2)} = 1$

$$\Rightarrow \quad B^{(1)}_{tan} = B^{(2)}_{tan}$$

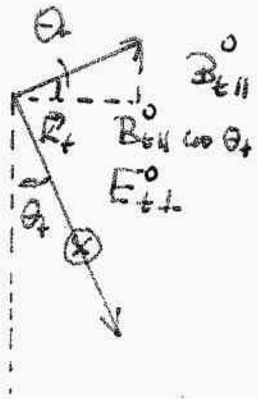
Dále .. odražená vlna



Se složkou $E_{r\perp}$ je spojena složka $B_{r\parallel}$

$$\overset{\circ}{B}_{r\parallel} \cos\theta_r = \overset{\circ}{B}_{r\parallel} \cos\theta_i$$

$\overset{\circ}{B}_{i,r\,\perp,\parallel}$ ... amplitudy složek vektorů



Propuštěná vlna – prostředí 2

Stále se zabýváme jen propuštěnou složkou $E_\perp$ ($\otimes$)

$E^0_{t\perp}$ je spojeno s $B^0_{t\parallel}$

tečná složka $B^0_{t\parallel}$ je

$B^0_{t\parallel}\cos\theta_t$

Dále víme $|B_\parallel| = \dfrac{|E_\perp|}{v} = \dfrac{|E_\perp|}{c}\, n$

Spojitost tečných složek $\vec{E}$

$$E^{(1)}_{tan} = E^{(2)}_{tan}$$

V médiu (1) ale máme 2 vlny – dopadající a odraženou

$$\Rightarrow \quad E^0_{i\perp} + E^0_{r\perp} = E^0_{t\perp}$$

Dále využijeme toho, že $|B^0_\parallel| = \dfrac{|E^0_\perp|}{v}$ a vztahu

$B_{r\parallel\, tan}$ směřuje obráceně než $B_{i\parallel\, tan}$

$$B^0_{i\parallel}\cos\theta_i \overset{\vdots}{-} B^0_{r\parallel}\cos\theta_i = B^0_{t\parallel}\cos\theta_t$$

$$E^0_{i\perp}\, n_1\cos\theta_i - E^0_{r\perp}\, n_1\cos\theta_i = E^0_{t\perp}\, n_2\cos\theta_t$$

$$E^0_{i\perp}\, n_1\cos\theta_i - E^0_{r\perp}\, n_1\cos\theta_i = (E^0_{i\perp} + E^0_{r\perp})\, n_2\cos\theta_t$$

$$E^0_{i\perp}\,(n_1\cos\theta_i - n_2\cos\theta_t) = E^0_{r\perp}\,(n_1\cos\theta_i + n_2\cos\theta_t)$$

$$\Rightarrow \quad r_\perp = \frac{E^0_{r\perp}}{E^0_{i\perp}} = \frac{n_1\cos\theta_i - n_2\cos\theta_t}{n_1\cos\theta_i + n_2\cos\theta_t}$$

$r_\perp$ .. amplitudový koeficient odrazu pro kolmou složku $\vec{E}$

Podobně koeficient transmise

$$t_\perp = \frac{E^0_{t\perp}}{E^0_{i\perp}} = 1 + r_\perp = \frac{2n_1 \cos\theta_i}{n_1\cos\theta_i + n_2\cos\theta_t}$$

Analogickým postupem pro $E_\parallel$

$$r_\parallel = \frac{n_1\cos\theta_t - n_2\cos\theta_i}{n_1\cos\theta_t + n_2\cos\theta_i}$$

$$t_\parallel = \frac{2n_1\cos\theta_i}{n_2\cos\theta_i + n_1\cos\theta_t}$$

Je-li $\theta_i = \theta_r = \theta_t = 0$ (kolmý dopad)

je $r_\parallel = r_\perp = \dfrac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$

$t_\parallel = t_\perp = \dfrac{2n_1}{n_1 + n_2}$

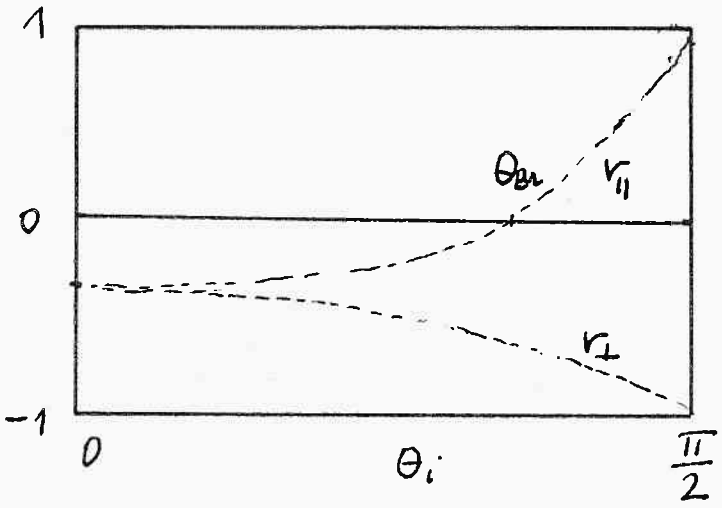
Změna fáze při odrazu

$$r_\perp = \frac{n_1\cos\theta_i - n_2\cos\theta_t}{n_1\cos\theta_i + n_2\cos\theta_t} \qquad n_1\sin\theta_i = n_2\sin\theta_t$$

$$r_\perp = \frac{n_2\dfrac{\sin\theta_t\cos\theta_i}{\sin\theta_i} - n_2\cos\theta_t}{n_2\dfrac{\sin\theta_t\cos\theta_i}{\sin\theta_i} + n_2\cos\theta_t} = \frac{\sin\theta_t\cos\theta_i - \cos\theta_t\sin\theta_i}{\sin\theta_t\cos\theta_i + \cos\theta_t\sin\theta_i} =$$

$$= \frac{\sin(\theta_t - \theta_i)}{\sin(\theta_t + \theta_i)} \qquad 0 \le \theta_i, \theta_t \le \frac{\pi}{2}$$

$n_1 < n_2$



$$r_\perp = \frac{n_1 \cos\theta_i - n_2 \cos\theta_t}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t}$$

$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t$

$\Rightarrow \theta_i > \theta_t \quad (n_1 < n_2)$

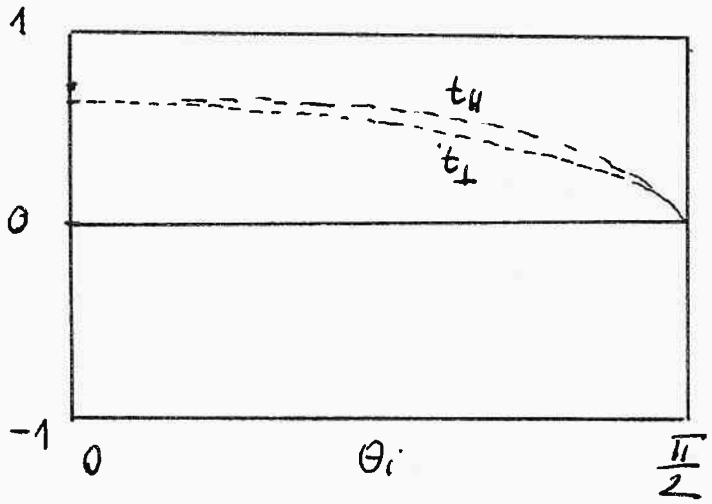
$\Rightarrow \cos\theta_i < \cos\theta_t$

$n_1 \cos\theta_i < n_2 \cos\theta_t$

$\Rightarrow r_\perp < 0 \quad \forall\, \theta_i$

$\Downarrow$

Pro $\theta_i = \frac{\pi}{2}$ je $\cos\theta_i = 0$ a $r_\perp = -1$



Při odrazu $r_\perp$ vždy mění znaménko z (+) na (−) → změna fáze o π.

$r_\parallel$ mění znaménko mezi 0 a θ_{Br}.

V případě odrazu na opticky hustším prostředí existuje úhel, při kterém se $E_\parallel$ neodráží ($r_\parallel = 0$). Tento úhel se nazývá Brewsterův.

Lze ukázat, že

$$r_\parallel = \frac{n_1 \cos\theta_t - n_2 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_t + n_2 \cos\theta_i} = \frac{\operatorname{tg}(\theta_t - \theta_i)}{\operatorname{tg}(\theta_t + \theta_i)} \quad \text{pro } \theta_i \neq 0$$

(S využitím vztahu $n_1 \cos\theta_i = n_2 \cos\theta_t$)

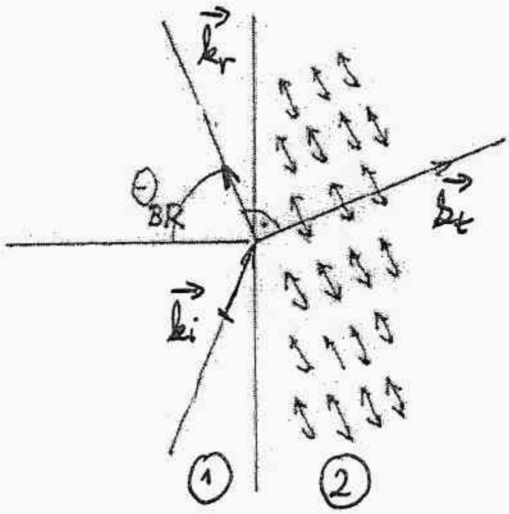
Pro $\theta_t + \theta_i = \frac{\pi}{2}$ je $tg(\theta_t + \theta_i) \to \infty$; $r_\parallel = 0$

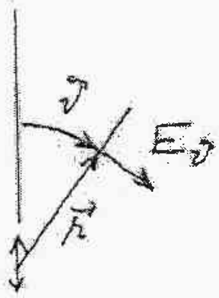
Brewsterův úhel $\theta_{Br} = \theta_i \, (r_\parallel = 0)$

David Brewster 1781–1868, θ_{Br} publikován 1815

Názorné vysvětlení $r_\parallel(\theta_{Br}) = 0$

Odražená vlna v prostředí 1 je vytvořena kmitáním elektrických dipólů v prostředí 2. Tyto dipóly jsou rozkmitávány polem vlny, která prošla rozhraním z prostředí 1 do 2.



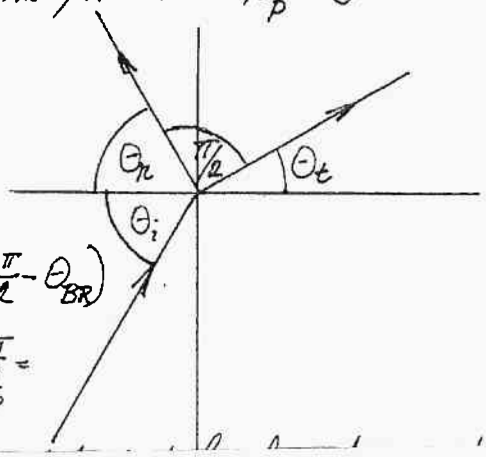


V radiační zóně Hertzova dipólu dominuje příčná složka vzhledem ke směru šíření

$$E(\vec{r}, t) \doteq -\frac{p_0}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \sin\vartheta \, \frac{\omega^2}{c^2} \frac{1}{r} e^{i(kr - \omega t)}$$

tedy ve směru kmitání dipólu $\vartheta \to 0$ je $E \to 0$

Při dopadu pod Brewsterovým úhlem $r_p = 0$



$$\Theta_t + \Theta_i = \Theta_t + \Theta_r = \frac{\pi}{2}$$

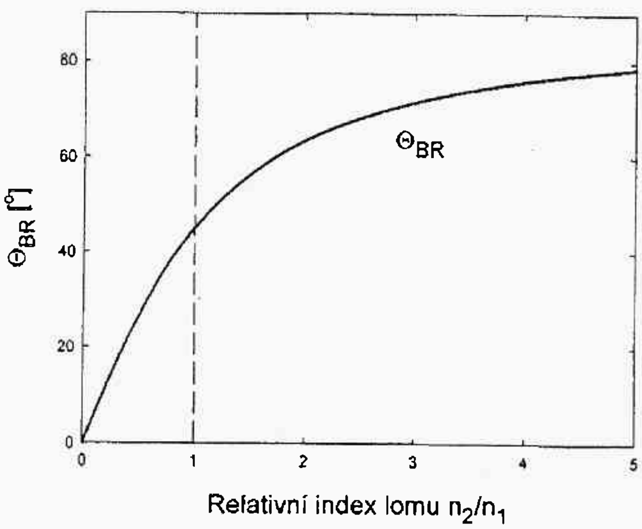
$$\Theta_t = \frac{\pi}{2} - \Theta_{BR}$$

$$n_1 \sin\Theta_{BR} = n_2 \cdot \sin\Theta_t = n_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \Theta_{BR}\right)$$

$$= n_2 \underbrace{\sin\frac{\pi}{2}}_{1} \cos\Theta_{BR} - n_2 \sin\Theta_{BR} \underbrace{\cos\frac{\pi}{2}}_{0} =$$

$$= n_2 \cdot \cos\Theta_{BR}$$

$$\frac{\sin\Theta_{BR}}{\cos\Theta_{BR}} = \underline{\underline{\operatorname{tg}\Theta_{BR} = \frac{n_2}{n_1}}}$$

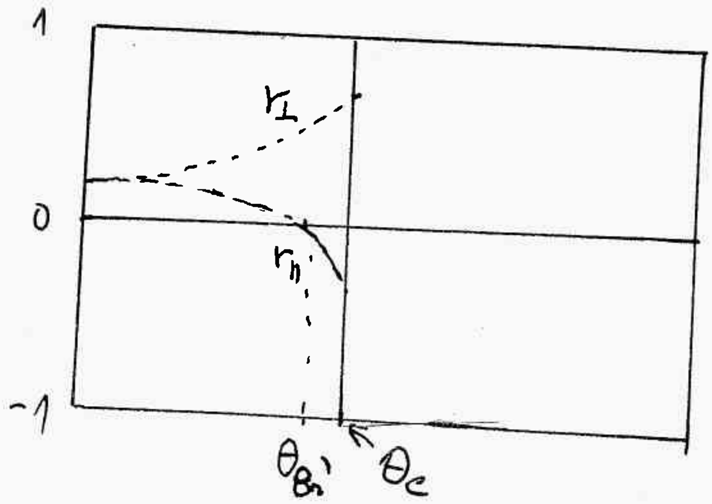


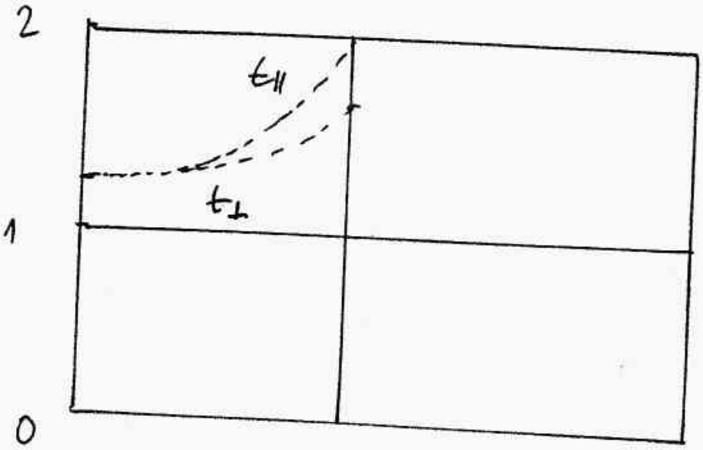
Odraz a lom na opticky řidším prostředí

$$n_1 > n_2$$

$$r_\perp = \frac{n_1 \cos\theta_i - n_2 \cos\theta_t}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t} \qquad r_\parallel = \frac{n_1 \cos\theta_t - n_2 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_t + n_2 \cos\theta_i}$$

Zobrazeno pro případ $n_1 = 1.5$, $n_2 = 1$

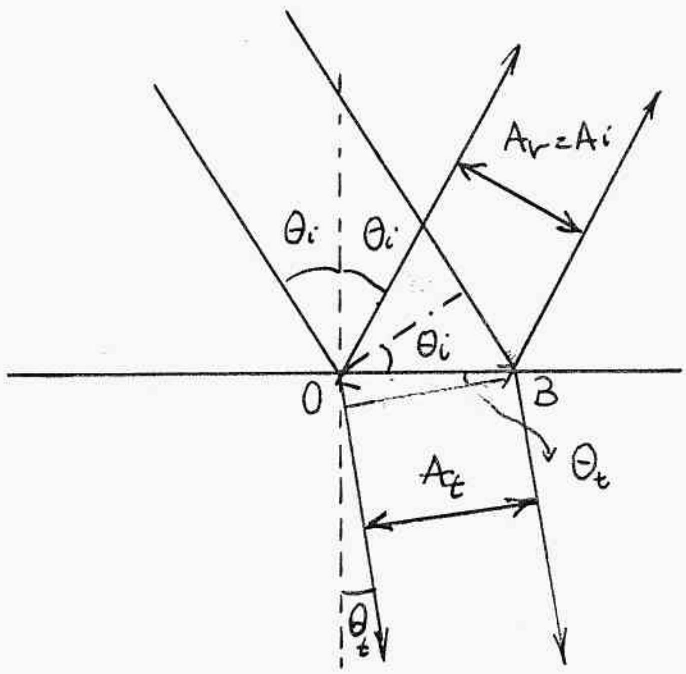




$$t_\perp = \frac{2 n_1 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t}$$

$$t_\parallel = \frac{2 n_1 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_t + n_2 \cos\theta_i}$$

Výkonová bilance – V dostatečné vzdálenosti od rozhraní při prostorově omezeném svazku lze dopadající, odraženou a procházející vlnu brát jako vlny postupné (není interference mezi dopadající a odraženou vlnou.



$A = \overline{OB} = A_i/\cos\theta_i = A_t/\cos\theta_t$

$\Rightarrow A_i = A\cos\theta_i \quad A_t = A\cos\theta_t$

Výkonovou bilanci lze pak charakterizovat veličinami

dop. výkon $\langle|S_i|\rangle . A_i$

odr. výkon $\langle|S_r|\rangle A_r$

proš. výkon $\langle|S_t|\rangle A_t$

$$\langle|S_i|\rangle_T = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c\, n_1 |E_{0i}|^2 = I_i$$

$$\langle|S_r|\rangle_T = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c\, n_1 |E_{0r}|^2 = I_r$$

$$\langle|S_t|\rangle_T = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c\, n_2 |E_{0t}|^2 = I_t$$

$$J_i = \langle|S_i|\rangle . A_i = I_i A\cos\theta_i$$

$$J_r = I_r A\cos\theta_i = \langle|S_r|\rangle . A_r$$

$$J_t = I_t A\cos\theta_t = \langle|S_t|\rangle . A_t$$

Dále zavedeme výkonové koeficienty odrazu

$$R = \frac{J_r}{J_i} = \frac{\langle|S_r|\rangle \cdot A_r}{\langle|S_i|\rangle \cdot A_i} \qquad T = \frac{J_t}{J_i} = \frac{\langle|S_t|\rangle A_t}{\langle|S_i|\rangle A_i}$$

R a T je nutné počítat zvlášť pro ⊥ a ∥ složku.

Např. pro ⊥ složku

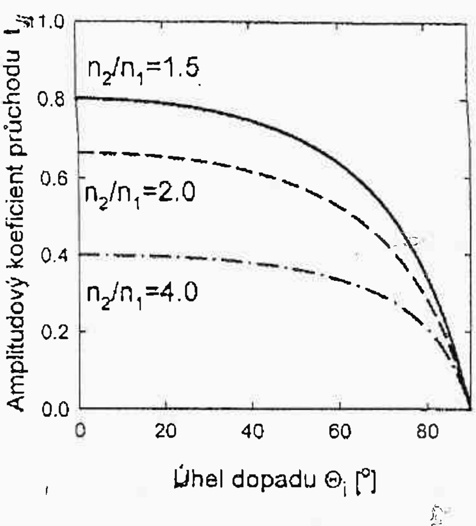
$$R_\perp = \frac{|E_{0r}|^2}{|E_{0i}|^2} \cdot \frac{A_r}{A_i} = |r_\perp|^2 \quad \text{protože} \quad A_r = A_i$$

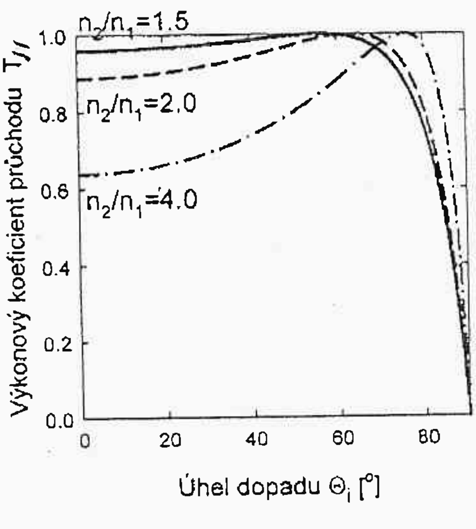
$$T_\perp = \frac{n_2\,|E_{0t}|^2}{n_1\,|E_{0i}|^2} \cdot \frac{A_t}{A_i} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i} \cdot |t_\perp|^2$$

a pro ∥ složku

$$R_\parallel = |r_\parallel|^2 \qquad T_\parallel = \frac{n_2}{n_1}\,\frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i}\,|t_\parallel|^2$$

Příklady průběhu $t_\parallel$ a $T_\parallel$ pro $n_2 > n_1$





Stručný přehled nejdůležitějších vztahů

Polarizace kolmá k rovině dopadu ($\perp$)

$$r_\perp = \frac{n_1 \cos\theta_i - n_2 \cos\theta_t}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t}$$

$$t_\perp = 1 + r_\perp = \frac{2 n_1 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t}$$

Kolmý dopad $\Rightarrow$ $\theta_i = \theta_t = 0$

$$r_\perp = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \qquad t_\perp = \frac{2 n_1}{n_1 + n_2}$$

$$R_\perp = r_s^2$$

$$T_\perp = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i} \cdot t_\perp^2$$

Polarizace $\parallel$ s rovinou dopadu

Elektrické pole kmitá v rovině dopadu, magnetické pole kmitá kolmo k rovině dopadu

$$r_\parallel = \frac{n_1 \cos\theta_t - n_2 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_t + n_2 \cos\theta_i}$$

$$t_\parallel = (1 + r_\parallel) \frac{\cos\theta_i}{\cos\theta_t} = \frac{2 n_1 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_t + n_2 \cos\theta_i}$$

Dodatek

úprava vztahu

$$r_{\parallel} = \frac{n_1 \cos\theta_t - n_2 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_t + n_2 \cos\theta_i}$$

$$r_{\parallel} = \frac{\frac{n_2 \sin\Theta_t}{\sin\Theta_i}\cdot\cos\Theta_t - n_2\cos\Theta_i \frac{\sin\Theta_i}{\sin\Theta_i}}{\underbrace{\frac{n_2 \sin\Theta_t}{\sin\Theta_i}}_{n_1}\cdot\cos\Theta_t + n_2\cos\Theta_i \frac{\sin\Theta_i}{\sin\Theta_i}} =$$

$$= \frac{\sin\Theta_t\cos\Theta_t - \sin\Theta_i\cos\Theta_i}{\sin\Theta_t\cos\Theta_t + \sin\Theta_i\cos\Theta_i}$$

čitatel: $\sin\Theta_t\cos\Theta_t(\cos^2\Theta_i + \sin^2\Theta_i) - \sin\Theta_i\cos\Theta_i\cdot(\cos^2\Theta_t + \sin^2\Theta_t) =$

$= \sin\Theta_t\cos\Theta_i\cos\Theta_t\cos\Theta_i - \sin\Theta_t\cos\Theta_i\cdot\sin\Theta_t\sin\Theta_i +$

$+ \sin\Theta_i\cos\Theta_t\sin\Theta_t\sin\Theta_i - \sin\Theta_i\cos\Theta_t\cdot\cos\Theta_t\cdot\cos\Theta_i =$

$= \sin\Theta_t\cos\Theta_i(\cos\Theta_t\cos\Theta_i - \sin\Theta_t\sin\Theta_i) +$

$+ \sin\Theta_i\cos\Theta_t(\sin\Theta_t\sin\Theta_i - \cos\Theta_t\cos\Theta_i) =$

$= (\cos\Theta_t\cos\Theta_i - \sin\Theta_t\sin\Theta_i)(\sin\Theta_t\cos\Theta_i - \sin\Theta_i\cos\Theta_t) =$

$= \cos(\Theta_t + \Theta_i)\cdot\sin(\Theta_t - \Theta_i)$

podobně jmenovatel

$\sin\Theta_t\cos\Theta_t(\cos^2\Theta_i + \sin^2\Theta_i) + \sin\Theta_i\cos\Theta_i(\cos^2\Theta_t + \sin^2\Theta_t) =$

$= \sin\Theta_t\cos\Theta_i\cos\Theta_t\cos\Theta_i + \sin\Theta_t\cos\Theta_i\cdot\sin\Theta_t\sin\Theta_i +$

$+ \sin\Theta_i\cos\Theta_t\sin\Theta_t\sin\Theta_i + \sin\Theta_i\cos\Theta_t\cdot\cos\Theta_t\cos\Theta_i =$

$= \sin\Theta_t\cos\Theta_i(\cos\Theta_t\cos\Theta_i + \sin\Theta_t\sin\Theta_i) +$

$+ \sin\Theta_i\cos\Theta_t(\cos\Theta_t\cos\Theta_i + \sin\Theta_t\sin\Theta_i) =$

$= (\sin\Theta_t\cos\Theta_i + \sin\Theta_i\cos\Theta_t)(\sin\Theta_t\sin\Theta_i + \cos\Theta_t\cos\Theta_i) =$

$= \sin(\Theta_t + \Theta_i)\cdot\cos(\Theta_t - \Theta_i)$

$$r_{\parallel} = \frac{\sin(\Theta_t - \Theta_i)\cdot\cos(\Theta_t + \Theta_i)}{\sin(\Theta_t + \Theta_i)\cdot\cos(\Theta_t - \Theta_i)} = \frac{\mathrm{tg}(\Theta_t - \Theta_i)}{\mathrm{tg}(\Theta_t + \Theta_i)} \quad \text{pro } \Theta_i \neq 0$$