Polarizace

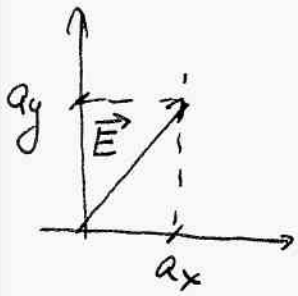
Vyšetříme chování vektoru $\vec{E}$ v bodě prostoru při proměnném čase za těchto předpokladů:

→ světlo je popsáno rovinnou vlnou šířící se ve směru z

$\vec{k} = (0,0,k)$

Z minulé přednášky víme, že $\vec{E} \perp \vec{k}$

V našem případě tedy vektor $\vec{E}$ musí být v rovině x,y. $\tilde{E}_z = 0$



$$\tilde{E}_x = a_x e^{i(kz - \omega t + \delta_x)}$$
$$\tilde{E}_y = a_y e^{i(kz - \omega t + \delta_y)}$$

označme fázi: $\varphi = kz - \omega t + \delta_x$

$\delta = \delta_y - \delta_x$

$$\tilde{E}_x = a_x e^{i\varphi}$$
$$\tilde{E}_y = a_y e^{i(\varphi+\delta)} \Rightarrow \frac{\tilde{E}_x}{a_x} = e^{i\varphi} \quad \frac{\tilde{E}_y}{a_y} = e^{i(\varphi+\delta)}$$

$$\frac{E_x}{a_x} = \mathrm{Re}\left\{\frac{\tilde{E}_x}{a_x}\right\} = \cos\varphi \qquad \frac{E_y}{a_y} = \mathrm{Re}\left\{\frac{\tilde{E}_y}{a_y}\right\} = \cos(\varphi+\delta)$$
$$= \cos\varphi\cos\delta - \sin\varphi\sin\delta$$

$$\frac{E_y}{a_y} = \frac{E_x}{a_x}\cos\delta - \sqrt{1-\left(\frac{E_x}{a_x}\right)^2}\,\sin\delta$$

$$\frac{E_y}{a_y} - \frac{E_x}{a_x}\cos\delta = -\sqrt{1-\left(\frac{E_x}{a_x}\right)^2}\sin\delta$$

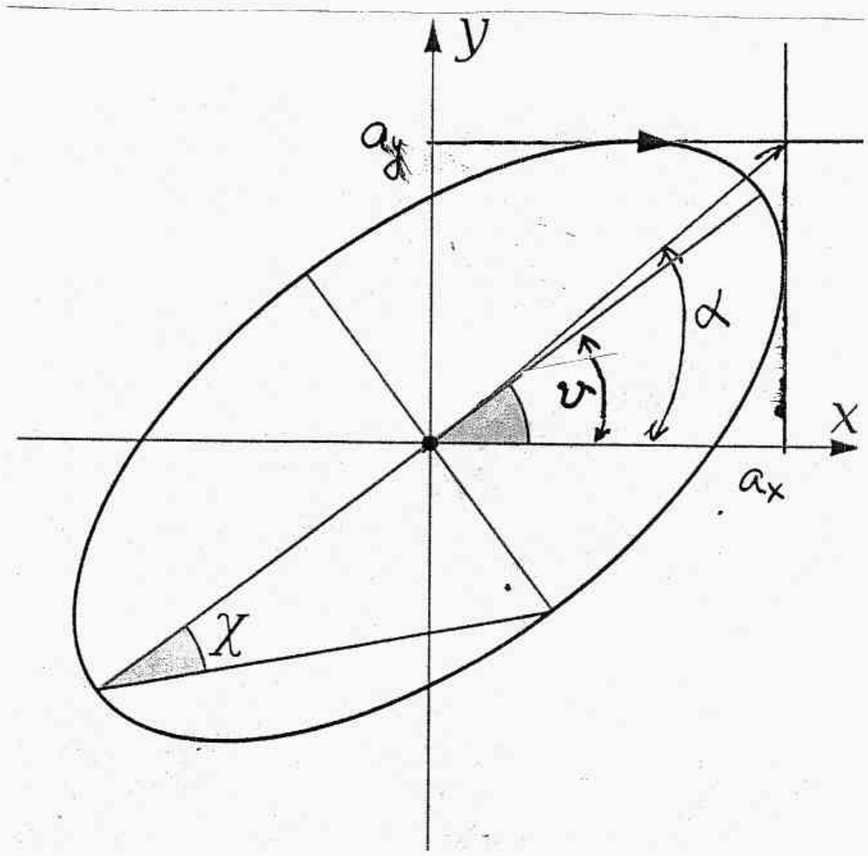
$$\left(\frac{E_y}{a_y}\right)^2 - \frac{2E_xE_y}{a_xa_y}\cos\delta + \left(\frac{E_x}{a_x}\right)^2\cos^2\delta = \left(1-\left(\frac{E_x}{a_x}\right)^2\right)\sin^2\delta$$

$$\left(\frac{E_x}{a_x}\right)^2\underbrace{(\sin^2\delta+\cos^2\delta)}_{1} - \frac{2E_xE_y}{a_xa_y}\cos\delta + \left(\frac{E_y}{a_y}\right)^2 = \sin^2\delta$$

Jedná se o rovnici elipsy natočené o úhel ϑ.

Lze ukázat, že platí

$$\mathrm{tg}\, 2\vartheta = \frac{2a_xa_y}{a_x^2-a_y^2}\cos\delta$$



Pootočením o úhel ϑ ↓ dostaneme $\vartheta = 0$, $\mathrm{tg}\, 2\vartheta = 0$

$$\delta = (2m-1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow \left(\frac{E_x}{a_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{a_y}\right)^2 = 1$$

Dále platí $\quad \operatorname{tg}\chi = \mp \frac{b}{a} \qquad \operatorname{tg}\alpha = \frac{a_y}{a_x}$

$$0 \le \alpha \le \frac{\pi}{2}$$

ν ... otočení (náklon), $\quad 0 \le \nu \le \pi$

χ ... elipticita $\quad -\frac{\pi}{4} \le \chi \le \frac{\pi}{4}$

a, b ... poloosy

Dále platí

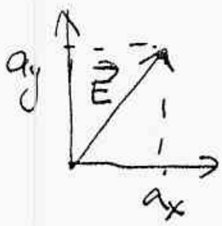
$$\sin 2\chi = \frac{2a_x a_y}{a_x^2 - a_y^2}\sin\delta$$

Zvláštní případy eliptické polarizace

a) $\delta = 0 \Rightarrow \sin\delta = 0 \quad \cos\delta = 1$

$\Rightarrow \sin 2\chi = 0, \; \chi = 0, \; \operatorname{tg}\chi = 0, \; b = 0$

$\Rightarrow$ elipsa se změní na přímku



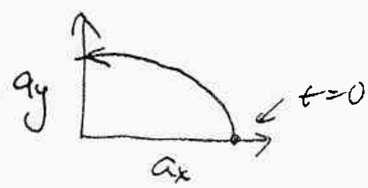
$$E_x = \operatorname{Re}\{\tilde{E}_x\} = a_x \cos(kz - \omega t)$$
$$E_y = \operatorname{Re}\{\tilde{E}_y\} = a_y \cos(kz - \omega t)$$

Obě složky kmitají ve fázi; vlna je lineárně polarizovaná.

b) $\delta = \frac{\pi}{2}$
$$E_x = a_x \cos(kz - \omega t)$$
$$E_y = a_y \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

ozn. $kz - \omega t = \tau$

Pokud $z = 0, \; t = 0$ $\quad E_x = a_x$, $\; E_y = 0$



$z = 0, \; t = \frac{T}{4}$
$$E_x = a_x \cos\left(-\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{4}\right) = 0$$
$$E_y = a_y \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = a_y$$

Jedná se o levotočivou elipticky polarizovanou vlnu
V případě $a_x = a_y$ jde o levotočivou, kruhově polarizovanou vlnu

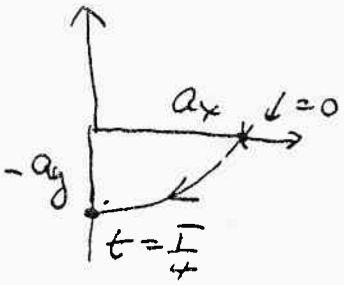
Podobně $\delta = -\frac{\pi}{2}$

V čase $t = \frac{T}{4}$

$$E_x = a_x \cos\left(-\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{4}\right) = 0$$

$$E_y = a_y \cos\left(-\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right) =$$

$$= a_y \cos(-\pi) = a_y \cos \pi = -a_y$$



Jedná se o pravotočivou vlnu

To platí pro námi ~~zvolený~~ zápis rovinné vlny

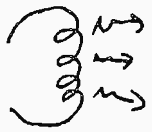
$$\tilde{\vec{E}} = \vec{E}_0\, e^{i(kz - \omega t + \delta)}\ ; \quad \vec{E}_0 = (a_x, a_y)$$

Polarizace světelných zdrojů

1) Monochromatická rovinná vlna

1 frekvence, ∞ v prostoru a čase

Její polarizace je úplně určená – musí být vždy polarizovaná

2) Žárovka  kmity 1 atomu = 1 vlna

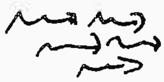
trvání .. 10 ns

Koherenční délka l_k od 1 atomu ... 3 m

(zachování fáze na vzdálenosti

$l_k = c \cdot \Delta t = 3 \times 10^8 \times 10^{-8} = 3$ m

Ale od jednotlivých atomů se vlny skládají

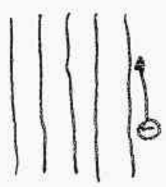
 .. takže reálně $l_k = 1\,\mu m$

Jednotlivé atomy kmitají s náhodnými počátečními fázemi, tj. nekoherentně

3) Laserové světlo .. typicky $l_k = 300$ m

Polarizační zařízení

- je to zařízení umožňující vytvořit a kontrolovat polarizaci

Polarizátor ... např. drátky 

Vlnění EM vlny se ve směru

∥ s drátky rozkmitají elektrony v kovu

Dochází k absorpci záření (Jouleovo teplo)

($E_\parallel$ se absorbuje)

Ve směru ⊥ na drátky elektrony kmitat nemohou, takže $E_\perp$ projde Pol. …

Stejný princip … polaroid .. organické molekuly protažené v 1 směru - podél něj se může šířit náboj - dochází k absorpci
(= absorpční polarizátor založený na dichroismu)

Další možnost .. prodloužené nanočástice stříbra uložené na skle

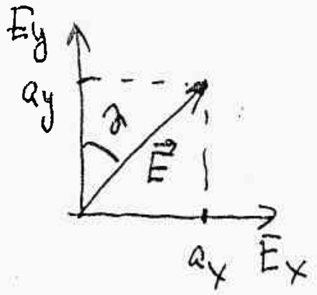
Polarizace nepolarizovaného světla

Nepolarizované záření - všechny směry lineárních polarizací jsou zastoupeny stejně. Ostatní polarizace lze na lineární rozložit

Intenzita před polarizátorem I_0

Úhel $\vec{E}$ vůči kmitosměru polarizátoru - ϑ

Předpokládejme, že kmitosměr polarizátoru je $\parallel$ s y



: Polarizátor propouští složku $E_0 \cos\vartheta$

Intenzita světla propuštěného polarizátorem

$$I_p = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_0^2 \cos^2\vartheta = I_0 \cos^2\vartheta$$

rov. 7

V případě nepolarizovaného záření dopadá na polarizátor záření pod všemi úhly φ, $\varphi \in \langle 0, 2\pi \rangle$

$$I_p = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I_0 \cos^2\varphi \, d\varphi = \frac{I_0}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \cos^2\varphi \, d\varphi =$$

$$= \frac{I_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1+\cos 2\varphi}{2} \, d\varphi = \frac{I_0}{2\pi} \cdot \left[\frac{\varphi}{2} \right]_0^{2\pi} + 0 =$$

$$= \frac{I_0}{2}$$

Polarizátor vždy propustí 1/2 dopadajícího světla

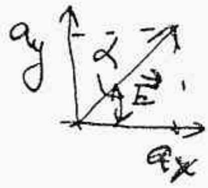
Popis polarizačního stavu pomocí Jonesových vektorů

Vraťme se k obecnému zápisu

$$\tilde{E}_x = a_x e^{i(kz - \omega t + \delta_x)} = a_x e^{i\delta_x} e^{i\tau} \qquad \tau = kz - \omega t$$

$$\tilde{E}_y = a_y e^{i\delta_y} e^{i\tau}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a_y}{a_x} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$



$$\sin\alpha = \frac{|a_y|}{\sqrt{|a_x|^2 + |a_y|^2}} \qquad \cos\alpha = \frac{|a_x|}{\sqrt{|a_x|^2 + |a_y|^2}}$$

$$\tilde{E}_x = \frac{a_y}{\sin\alpha} \cdot \cos\alpha \, e^{i\delta_x} e^{i\tau} = \sqrt{|a_x|^2 + |a_y|^2} \cos\alpha \, e^{i\delta_x} e^{i\tau}$$

$$\tilde{E}_y = \frac{a_y}{\sin\alpha} \cdot \sin\alpha \, e^{i\delta_y} e^{i\tau} = \sqrt{|a_x|^2 + |a_y|^2} \sin\alpha \, e^{i\delta_y} e^{i\tau}$$

$$\tilde{\vec{E}} = \underbrace{\frac{a_y}{\sin\alpha} e^{i\delta_x}}_{E_{eff}} \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha\, e^{i\delta} \end{pmatrix} e^{i\tau}$$

$$\delta = \delta_y - \delta_x$$

$$\vec{E} = E_{eff} \cdot \vec{J} e^{i\tau}$$

$\vec{J}$ ... Jonesův vektor

Příklady Jonesových vektorů

1) Lineárně polarizovaná vlna, $\delta = 0$

$$\vec{J} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix} \qquad \alpha = 0 \quad \vec{J} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \quad \vec{J} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2) $\delta = \frac{\pi}{2}$ $\qquad \vec{J} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha\, e^{i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ i\sin\alpha \end{pmatrix}$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a_y}{a_x}$$

Nyní uvažíme zvláštní případ $a_x = a_y = E_0$

$$\Rightarrow \mathrm{tg}\,\alpha = 1 \qquad \alpha = \frac{\pi}{4} \qquad \cos\frac{\pi}{4} = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\vec{J} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$$

Celkový zápis vlny

$$\tilde{\vec{E}} = E_{eff} \cdot \vec{J} e^{i(kz - \omega t)} \qquad E_{eff} = E_0 \cdot \sqrt{2}$$

$$\tilde{\vec{E}} = E_0 \cdot \sqrt{2} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} e^{i(kz - \omega t)}$$

$$\tilde{E}_x = E_0 \cos(\underbrace{kz - \omega t}_{\tau}) + i \sin(\underbrace{kz - \omega t}_{\tau})$$

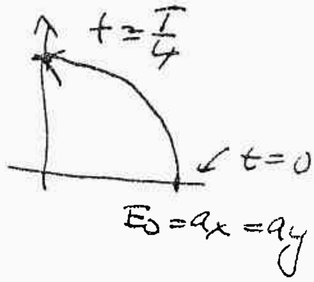
$$\tilde{E}_y = E_0 \left(i \cos\tau - \sin\tau \right) \qquad (i \cdot i = -1)$$

$$E_x = \mathrm{Re}\{\tilde{E}_x\} = E_0 \cos(kz - \omega t)$$

$$E_y = \mathrm{Re}\{\tilde{E}_y\} = -E_0 \sin(kz - \omega t)$$

$z = 0$ $\qquad E_x = E_0$

$t = 0$ $\qquad E_y = 0$



$z = 0$

$t = \frac{T}{4}$

$$E_x = E_0 \cos\left(-\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4}\right) = 0$$

$$E_y = -E_0 \sin\left(-\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4}\right) =$$

$$= + E_0 \sin\frac{\pi}{2} = E_0$$

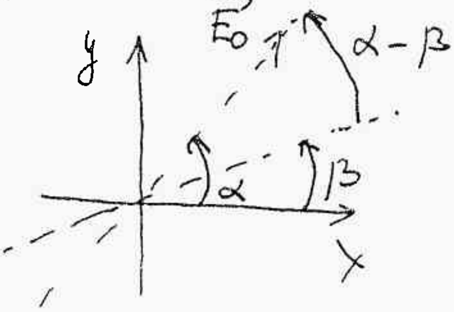
Jedná se o levotočivou, kruhově polarizovanou vlnu

Popis polarizátoru pomocí Jonesova formalismu

Polarizátor – propouští průmět $\vec{E}$ do určitého směru (kmitosměr polarizátoru)

α ... směr polarizovaného světla vstupujícího do polarizátoru

β ... kmitosměr polarizátoru

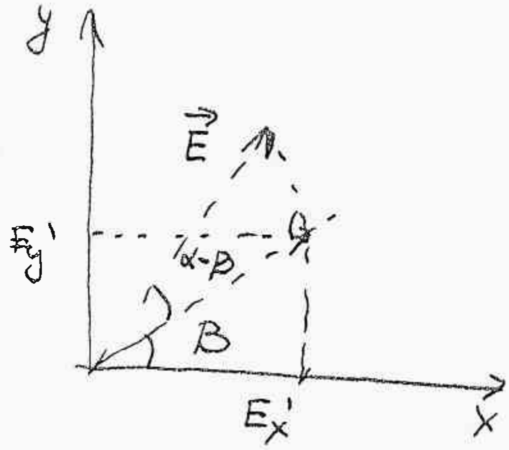


$$\vec{J}_{IN} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix}$$

.. Jonesův vektor LP světla vstupujícího do polarizátoru

Vstupující lineárně polarizované záření

$$\vec{E} = E_0 \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix} e^{i(kz-\omega t)}$$



Průmět do směru polarizátoru

$$\vec{E}' = \underbrace{E_0 \cos(\alpha-\beta)}_{E_0'} \begin{pmatrix} \cos\beta \\ \sin\beta \end{pmatrix} e^{i(kz-\omega t)} =$$

$$= E_0' \cos(\alpha-\beta) \cdot \begin{pmatrix} \cos\beta \\ \sin\beta \end{pmatrix} e^{i(kz-\omega t)} =$$

$$E_x' = E_0 (\cos\alpha \cos^2\beta + \sin\alpha \sin\beta \cos\beta) e^{i(kz-\omega t)}$$

$$E_y' = E_0 (\cos\alpha \sin\beta\cos\beta + \sin\alpha \sin^2\beta) e^{i(kz-\omega t)}$$

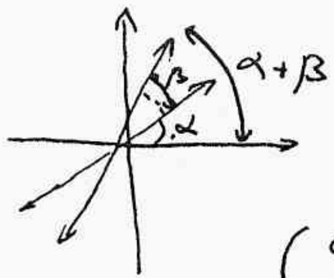
$$\vec{E}' = \begin{pmatrix} E_x' \\ E_y' \end{pmatrix} = E_0 \begin{pmatrix} \cos^2\beta & \sin\beta\cos\beta \\ \sin\beta\cos\beta & \sin^2\beta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix} e^{i(kz-\omega t)}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos^2\beta & \sin\beta\cos\beta \\ \sin\beta\cos\beta & \sin^2\beta \end{pmatrix} \cdot \vec{E} = T \cdot \vec{E}$$

$$\vec{E} = E_0 \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix}$$ Vstupující LP záření

$\vec{T}$ .. Jonesova matice polarizátoru

Rotátor – stáčí rovinu polarizace o úhel β



$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha+\beta) \\ \sin(\alpha+\beta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix}$$

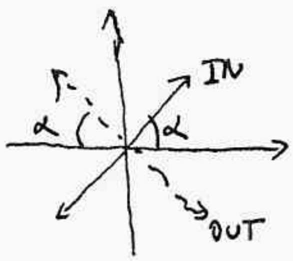
$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & -\sin\beta \\ \sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix}$$

Působení půlvlnné destičky na lineárně polarizované světlo

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad \varphi = \pi$$

$$e^{i\pi} = \cos\pi + i\sin\pi = -1$$

$$\vec{J}_{IN} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix} \qquad \vec{J}_{out} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ -\sin\alpha \end{pmatrix}$$

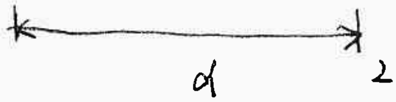


Na výstupu světlo otočené o $\pi - 2\alpha$, tj. symetricky vůči ose y.

Změna fáze šířením

Vakuum $\quad \tilde{\vec{E}} = \tilde{\vec{E}}_0 e^{i(kz-\omega t+\delta)}$

$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ $\quad$ Vlna šíří se ve směru z



$$(\tilde{\vec{E}})_1 = \vec{E}_0 e^{i(k_0 z_1 - \omega t + \delta)}$$

$$(\tilde{\vec{E}})_2 = \vec{E}_0 e^{i(k_0(z_1+d) - \omega t + \delta)}$$

$$\frac{(\tilde{\vec{E}})_2}{(\tilde{\vec{E}})_1} = e^{ik_0 d} = e^{i\frac{2\pi}{\lambda_0}\cdot d}$$

dráha ve vakuu

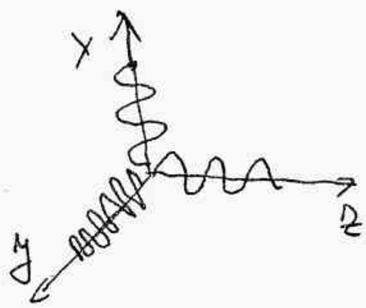
Látka s indexem lomu n

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda_0}\cdot n$$

$$\frac{(\tilde{\vec{E}}_2)}{(\tilde{\vec{E}}_1)} = e^{ikd} = e^{i\frac{2\pi}{\lambda_0}\cdot \underbrace{nd}_{\text{optická dráha}}}$$

Fázová destička

Destička z dvojlomného materiálu vyznačující tak, že ve 2 navzájem kolmých směrech lineární polarizace vykazují různé indexy lomu



$F_x = F_z < F_y$

Pružinový model

Vlna, která by se šířila ve směru osy y by se šířila s indexem lomu $n_x = n_z = \frac{c}{v_1}$, tj. stejnou rychlostí bez ohledu na orientaci $\vec{E}$ v rovině xz. Směr $y \equiv$ tzv. optická osa

V našem případě předpokládejme, že se vlna šíří ve směru z.

Kmitá-li vektor $\vec{E}$ ve směru x, šíří se rychlostí $v_1 = \frac{c}{n_x}$ ... nárůst fáze $e^{i k_0 n_x d}$

Kmitá-li ve směru y, šíří se s indexem lomu $n_y = \frac{c}{v_2}$, nárůst fáze $e^{i k_0 n_y d}$

V našem případě $F_y > F_x$, proto $v_1 > v_2$. Osa x představuje tzv. rychlou osu.

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_{2x} \\ \tilde{E}_{2y} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} e^{i n_x k_0 d} & 0 \\ 0 & e^{i n_y k_0 d} \end{pmatrix}}_{\text{Jonesova matice fázové destičky}} \cdot \begin{pmatrix} \tilde{E}_{1x} \\ \tilde{E}_{1y} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} e^{i n_x k_0 d} & 0 \\ 0 & e^{i n_y k_0 d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i\varphi_x} & 0 \\ 0 & e^{i\varphi_y} \end{pmatrix} = e^{i\varphi_x} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\varphi} \end{pmatrix}$$

$$\varphi = \varphi_y - \varphi_x$$

Pro popis fázové destičky je důležitý fázový rozdíl $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$. Faktor $e^{i\varphi_x}$ nemusíme dále uvažovat.

Zvláštní případy

$\varphi = \varphi_y - \varphi_x = \frac{\pi}{2}$ $\Leftrightarrow$ rozdíl optických drah $\frac{\lambda}{4}$

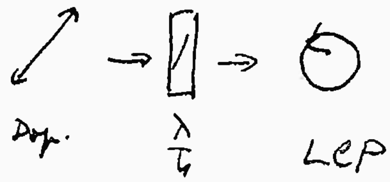
tzv. čtvrtvlnná destička

$$e^{i\varphi} = e^{i\frac{\pi}{2}} = \cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2} = i$$

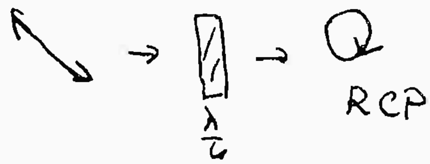
$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$$ .. Jonesova matice čtvrtvlnné destičky

$$T \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$T \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$$



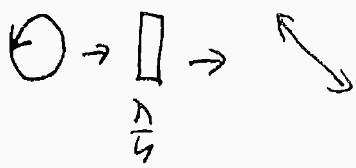
$$T \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$$



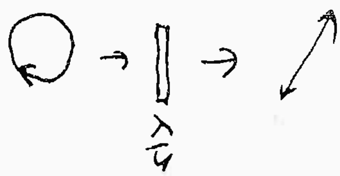
LCP ... Levotočivá kruhově polarizovaná vlna

RCP ... Pravotočivá kruhově polarizovaná vlna

$$T \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$



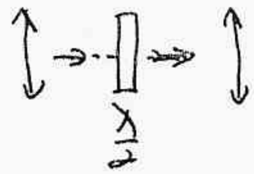
$$T \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



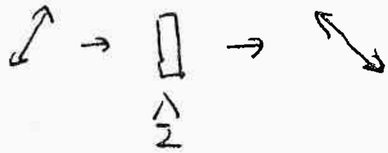
$\varphi = \pi \iff$ rozdíl optických drah $\frac{\lambda}{2}$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\pi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$T \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$



$$T \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

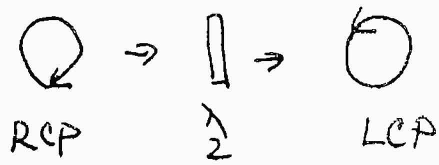


Obecně

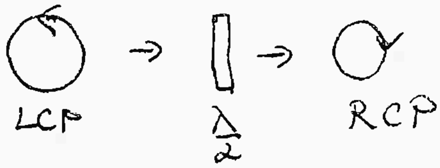
$$T \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ -\sin\alpha \end{pmatrix}$$

tj. rotace o $\pi - 2\alpha$

$$T \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$$



$$T \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$$



Půlvlnnou destičku lze tedy použít jako rotátor. Zároveň lze rotovat rovněž natočeným polarizátorem. V tomto případě ale ztrácíme $1/2$ intenzity dopadajícího světla, což je nežádoucí!

Další možností, jak rotovat lineárně polarizované světlo je využití jevu tzv. optické aktivity.

Rob

Opticky aktivní látky se vyznačují tím, že se v nich LCP a RCP šíří různě rychle, mají tedy různé indexy lomu.

Např. glukóza

RCP ... $v_R = \frac{c}{n_R}$

LCP ... $v_L = \frac{c}{n_L}$

Ukážeme na jednoduchém případu

$z = 0$, polarizace ve směru x

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\left[\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ +i \end{pmatrix}\right]$$

Po proběhnutí dráhy d, tj. v $z = d$

je náběh fáze

$$\frac{1}{2} e^{i\frac{\omega}{c} n_R d}\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} + \frac{1}{2} e^{i\frac{\omega}{c} n_L d}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$$

Zavedme označení $\varphi = \frac{\omega}{c}\frac{n_R + n_L}{2} d$

$\beta = \frac{\omega}{c}\frac{n_R - n_L}{2} d$

:

$$\frac{1}{2} e^{i\varphi}\left[e^{i\beta}\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} + e^{-i\beta}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}\right] =$$

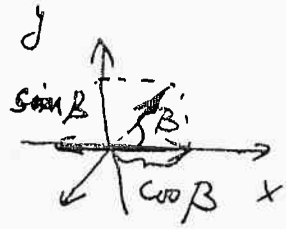
$$= \frac{1}{2} e^{i\varphi}\begin{bmatrix} e^{i\beta} + e^{-i\beta} \\ -i(e^{i\beta} - e^{-i\beta}) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} e^{i\varphi}\begin{pmatrix} 2\cos\beta \\ -i(2i\sin\beta) \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2} e^{i\varphi}\begin{pmatrix} 2\cos\beta \\ 2\sin\beta \end{pmatrix} = e^{i\varphi}\begin{pmatrix} \cos\beta \\ \sin\beta \end{pmatrix}$$

Pol 1

tj. směr vstupujícího LP záření, v našem případě $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ se po výstupu z opticky aktivního prostředí stočí do směru $\begin{pmatrix}\cos\beta\\ \sin\beta\end{pmatrix}$

$$\beta = \frac{\omega}{c}\left(\frac{n_R - n_L}{2}\right)\cdot d$$



Celkový nárůst fáze $e^{i\varphi}\begin{pmatrix}\cos\beta\\ \sin\beta\end{pmatrix}$ znamená, že fáze je ve směru $\begin{pmatrix}\cos\beta\\ \sin\beta\end{pmatrix}$ dále posunuta o úhel $\varphi = \frac{\omega}{c}\left(\frac{n_R + n_L}{2}\right)\cdot d$ vůči stavu v bodě $z = 0$.

V obecném případě, kdy vektor vstupujícího LP záření má směr $\begin{pmatrix}\cos\alpha\\ \sin\alpha\end{pmatrix}$ je tento po výstupu ve směru

$$\begin{pmatrix}\cos(\alpha+\beta)\\ \sin(\alpha+\beta)\end{pmatrix}$$

Příkladem opticky aktivního prostředí je glukóza (je jen levotočivá)

a křemen (je levo i pravotočivý)

Využití – stanovení koncentrace OA látky

$$c = \frac{100\,\alpha}{d\cdot\alpha_D^{20}\cdot\rho_{20}}$$

c ... koncentrace v %
d ... délka trubice (v dm)
ρ_{20} .. hustota látky při 20 °C
α_D^{20} ... úhel stočení při 20 °C

Pol. 16

Faradayův jev

Jeden ze základních magnetooptických jevů

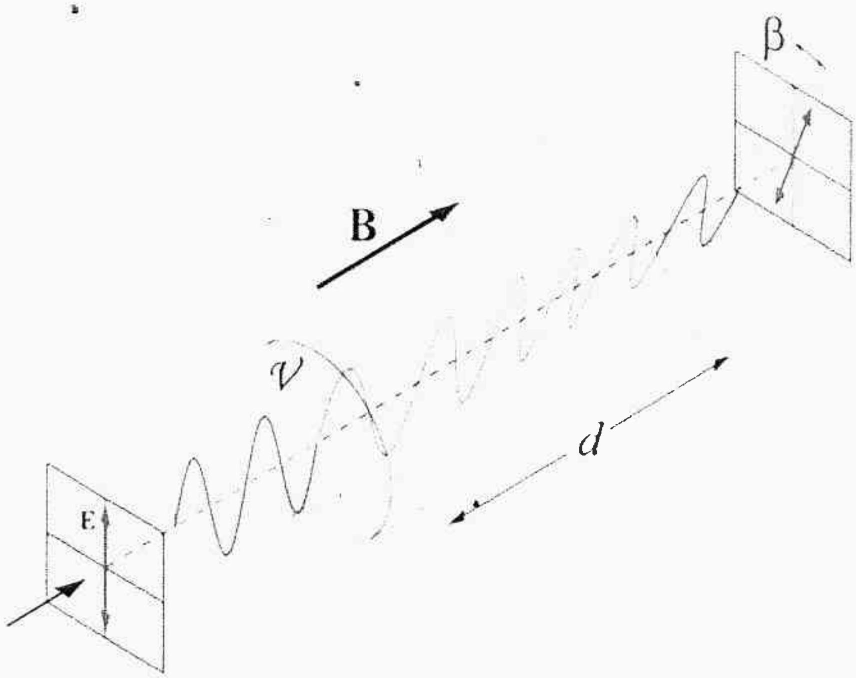
Objeven M. Faradayem 1845

Je způsoben tím, že LCP a RCP záření v přítomnosti magnetického pole B postupují látkou různými rychlostmi, tj. s různými indexy lomu (cirkulární dichroismus)

$\beta = VBd$ β ... úhel stočení

B ... magnetická indukce

V ... Verdetova konstanta



Různé znaménkové konvence a Jonesovy vektory a matice

Při odvození J. vektorů jsme pro označení fázového rozdílu mezi náběhy fáze x-ové a y-ové složky vektoru $\vec{E}$ $\delta = \delta_y - \delta_x$ dospěli k závěru

$$\hat{E} = E_{eff} \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha\, e^{i\delta} \end{pmatrix} e^{i\tau} \qquad \tau = kz - \omega t$$

což pro speciální případ $a_x = a_y = E_0$ a $\delta = \frac{\pi}{2}$ vede k zápisu

$$\vec{J} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \text{ pro LCP} \quad \text{a} \quad \vec{J} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \text{ pro RCP}$$

Označíme-li $\delta = \delta_x - \delta_y$, pak je

$$\tilde{E} = E_{eff} \cdot \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha\, e^{-i\delta} \end{pmatrix} e^{i\tau}$$

a

$$\vec{J} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \text{ pro LCP} \quad \text{a} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \text{ pro RCP}$$

$(a_x = a_y = E_0,\ \delta = \frac{\pi}{2})$

V případě fázové destičky je Jonesova matice pro $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\varphi} \end{pmatrix} \qquad \varphi = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{\lambda}{4}$$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$$

Pol. 18

V případě otočení $\varphi = \varphi_x - \varphi_y$

je $T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\varphi} \end{pmatrix}$, $T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$ pro $\varphi = \frac{\pi}{2}$

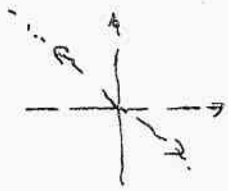
Příklad ... působení $\frac{\lambda}{4}$ destičky na LCP

Případ A , $\delta = \delta_y - \delta_x$
$\varphi = \varphi_y - \varphi_x$

$$\vec{J}_{\odot} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$$

$$T_{\frac{\lambda}{4}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$$

$$T_{\frac{\lambda}{4}} \cdot \vec{J}_{\odot} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$



Případ B $\delta = \delta_x - \delta_y$
$\varphi = \varphi_x - \varphi_y$

$$\vec{J}_{\odot} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$$

$$T_{\frac{\lambda}{4}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$$

$$T_{\frac{\lambda}{4}} \cdot \vec{J}_{\odot} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

tj. stejné jako v případě B

Fyzikální výsledek na znaménkové konvenci záviset nemůže

Analogicky lze zpracovat zápisy

$$\tilde{E}_x = a_x e^{i(kz - \omega t - \delta_x)}$$

$$\tilde{E}_y = a_y e^{i(kz - \omega t - \delta_y)}$$

Pro $\delta = \delta_y - \delta_x$ a $\delta = \delta_x - \delta_y$