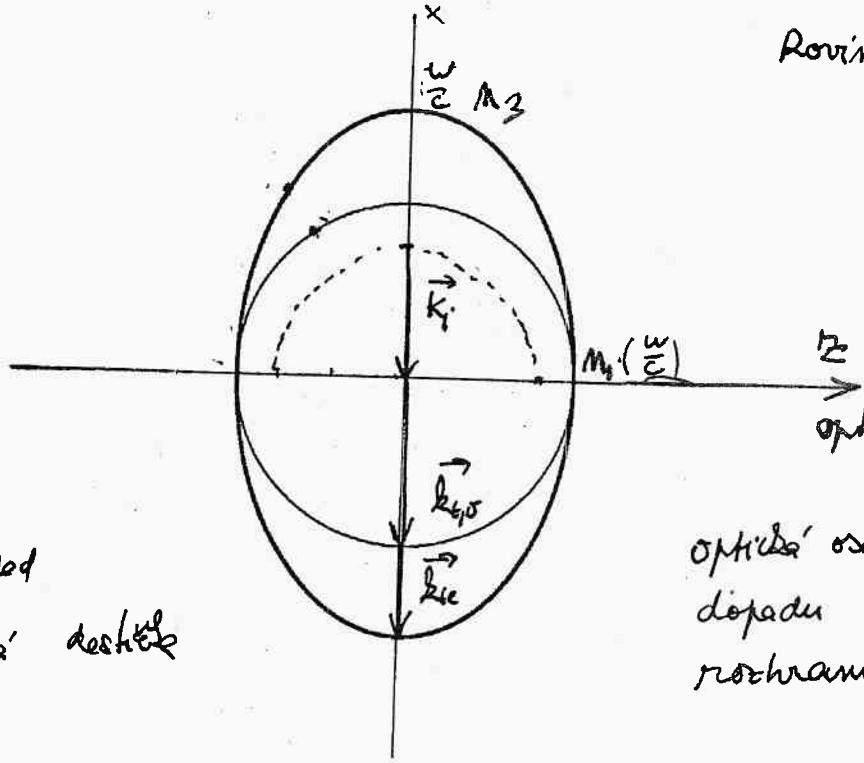
Lom na rovinném rozhraní, optická osa v rovině dopadu a v rovině rozhraní

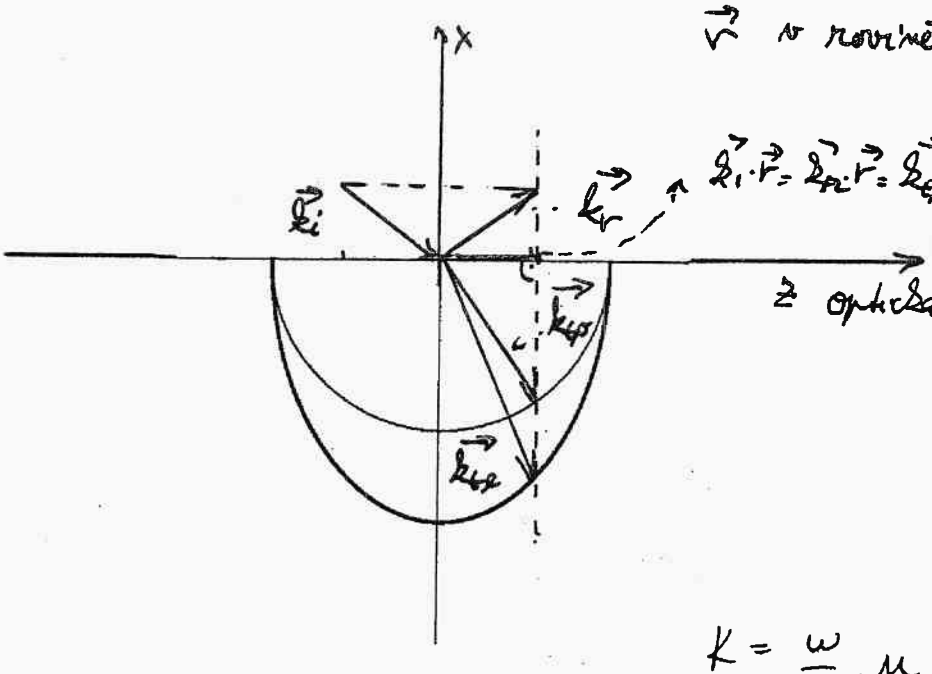
Rovina dopadu $xz$




Kolmý dopad

– fázová destička

optická osa v rovině dopadu i v rovině rozhraní




$\vec{r}$ v rovině $yz$

$$\vec{k}_i \cdot \vec{r} = \vec{k}_r \cdot \vec{r} = \vec{k}_{to} \cdot \vec{r} = \vec{k}_{te} \cdot \vec{r}$$

$$K = \frac{\omega}{c} \cdot n$$

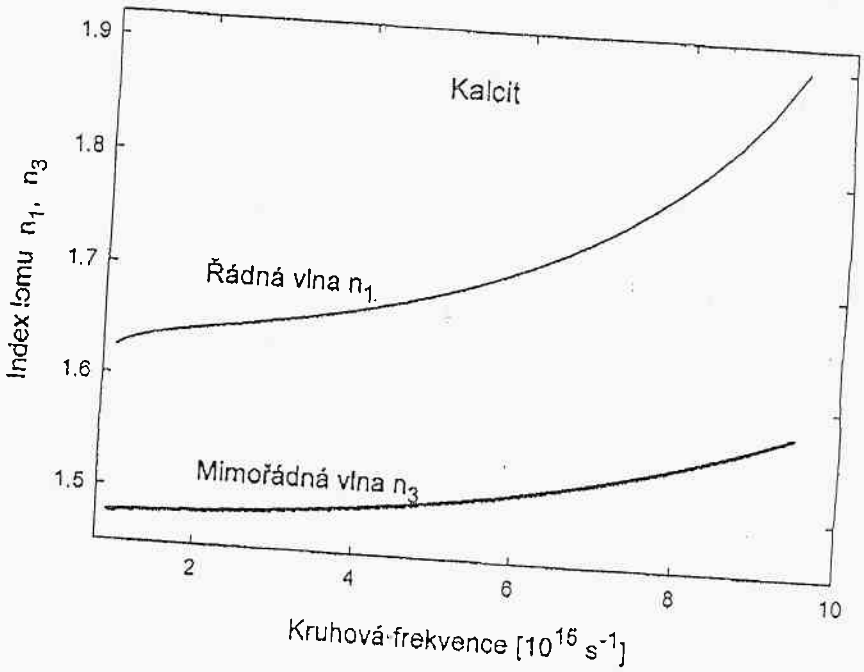
tj. dostáváme $\varphi = \alpha'$, kde $\alpha'$ je úhel charakterizující směr šíření vektoru $\vec{S}_0$ (.. $\vec{E}_0$) vůči optické ose.

Dokázali jsme tedy, že normála tečné roviny k normálové ploše určuje směr šíření energie.

Příklady jednoosých materiálů
Indexy lomu uvedeny pro $\lambda = 589{,}3$ nm.

| | | |
|---|---|---|
| křemen ($SiO_2$) | $n_o = 1{,}544$ | $n_e = 1{,}553$ |
| vápenec ($CaCO_3$) | $n_o = 1{,}658$ | $n_e = 1{,}486$ |
| led ($H_2O$) | $n_o = 1{,}309$ | $n_e = 1{,}313$ |

Indexy lomu $n_o$ a $n_e$ jsou funkcí frekvence




Frekvenční závislost $n_o$ a $n_e$ pro kalcit.
Zobrazeno pro $n_o = n_1$ i $n_e(\alpha)$ v ose $x = n_3$

# Kompenzátor

Destička s vyleštěnými vstupními a výstupními plochami, která je vyříznuta tak, že optická osa materiálu je rovnoběžná se vstupní plochou.

V tomto případě, dopadne-li světlo na destičku kolmo, šíří se krystalem řádná a mimořádná vlna. Každá se šíří s jinou fázovou rychlostí!

Má-li jejich dráha v dvojlomném krystalu délku $d$, dojde k fázovému posunu

$$(k_e - k_o).d = \frac{\omega}{c}(n_e - n_o).d = \Delta\varphi = \varphi_e - \varphi_o$$

Často používané případy jsou

$\Delta\varphi = \pi \quad (\Delta\varphi = \pi \Leftrightarrow \Delta x = \frac{\lambda}{2})$

Půlvlnná destička

$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} \quad (\Leftrightarrow \Delta x = \frac{\lambda}{4})$

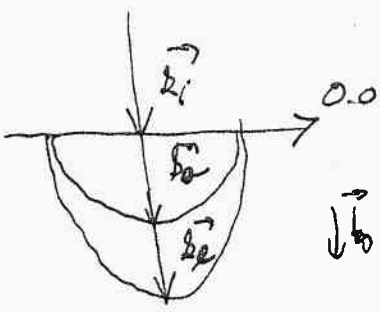
Čtvrtvlnná destička

Vliv těchto optických prvků na polarizační stav světla jsme probírali v části o polarizaci.

Obecný fázový posun ... buď destičky různé tloušťky nebo tzv. kompenzátor.

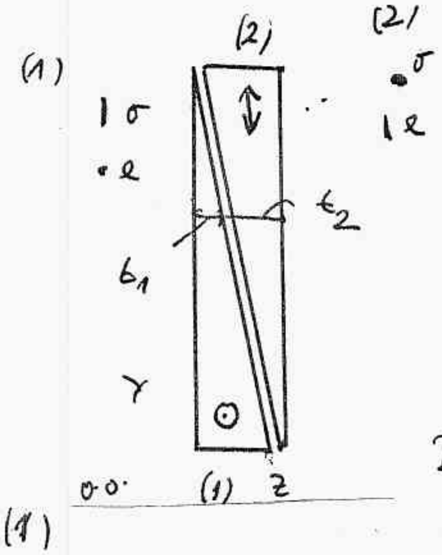
$\vec{S_o}$ ... směr šíření $\vec{k}$

$\vec{t_o}$ ... směr šíření energie v mimořádné vlně (Poyntingův vektor)




$\vec{t_o} \parallel \vec{S_o}$

Čtvrtvlnná a půlvlnná fázová destička jsou speciálním případem obecnějšího prvku, kterým lze nastavit libovolné fázové zpoždění mezi řádnou a mimořádnou vlnou




Babinetův kompenzátor

⊙ .. optická osa ⊥ k rovině

↕ .... optická osa v rovině

tloušťky klínů 1 → $t_1$
2 → $t_2$

Babinetův kompenzátor je tvořen dvěma klíny s navzájem kolmými orientacemi optických os.

Z předchozího výkladu víme, že řádný paprsek je polarizován ∥ s optickou osou, mimořádný paprsek je polarizován kolmo na optickou osu. V obou klínech jsou tedy paprsky přehozené!

Nárůst fáze paprsku 1

$$\varphi_1 = (n_o t_1 + n_e t_2) \cdot \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

Nárůst fáze paprsku 2

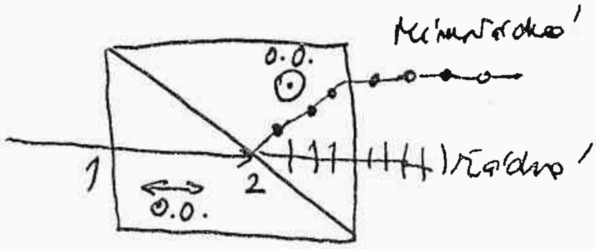
$$\varphi_2 = (n_e t_1 + n_o t_2) \cdot \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_e - n_o) \cdot (t_2 - t_1)$$

$\Delta\varphi$ lze měnit vzájemným posunem klínů.

Dvojlomné materiály – založeny na skutečnosti, že se řádný a mimořádný paprsek v dvojlomném materiálu šíří různými směry.

Např. Rochonův polarizační hranol




O.O. = optická osa

V bodě 1 dopadá vlna na dvojlomný materiál (jednoosý). Při šíření podél optické osy se obě vlny lineární polarizace šíří stejnou rychlostí → nedochází k lomu a vlna dospěje nezměněná k bodu 2. Zde je optická osa v rovině rozhraní, kolmá na rovinu dopadu. Jelikož se jedná o rozhraní dvou stejných materiálů, řádná vlna se neláme a šíří se s indexem $n_o$ (je polarizovaná $\perp$ na optickou osu). (tj. na rovinu hlavního řezu danou $\vec{s}_0$ a O.O.)

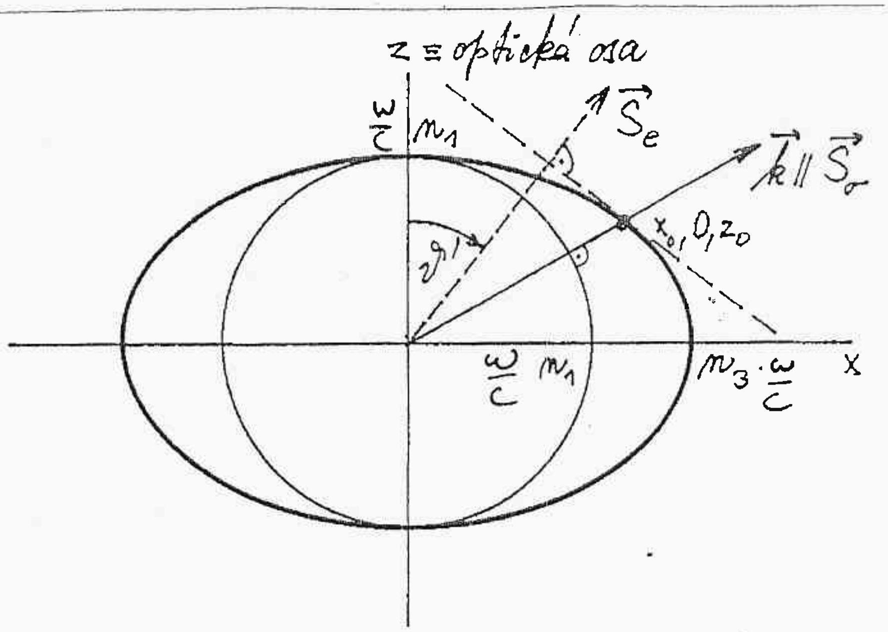
Mimořádná vlna (polarizovaná $\parallel$ s optickou osou) se šíří za rozhraním s indexem lomu $n_e$. Jelikož jsou indexy lomu před rozhraním ($n_e = n_o$ .. šíření podél O.O.) a za rozhraním ($n_e \neq n_o$ ... šíření $\perp$ na O.O.) různé, dochází k lomu.

$$n_o \sin\alpha = n_e \sin\beta$$

$\Rightarrow$ Oba svazky jsou prostorově odděleny (pokud byl vstupní svazek prost. omezený)

Dodatek – indexový elipsoid a porovnání s normálovou plochou (indexová plocha, k plocha)

Normálová plocha – vyjádření závislosti indexu lomu na směru $\vec{k}$




$$1 = \frac{x}{n_3^2} + \frac{y}{n_3^2} + \frac{z}{n_1^2}$$

Indexový elipsoid (optická indikatrix) – vyjádření indexu lomu na směru $\vec{D}$ ($\vec{D} \perp \vec{k}$)

$$w_e = \frac{1}{2} \vec{E}\vec{D} = \frac{1}{2} \left( E_x D_x + E_y D_y + E_z D_z \right) =$$

$D_x = \varepsilon_0 \varepsilon_1 E_x$

$$= \frac{1}{2\varepsilon_0} \left( \frac{D_x^2}{\varepsilon_1} + \frac{D_y^2}{\varepsilon_2} + \frac{D_z^2}{\varepsilon_3} \right)$$

$D_y = \varepsilon_0 \varepsilon_1 E_y$

$D_z = \varepsilon_0 \varepsilon_1 E_z$

$\varepsilon_1 = n_1^2$

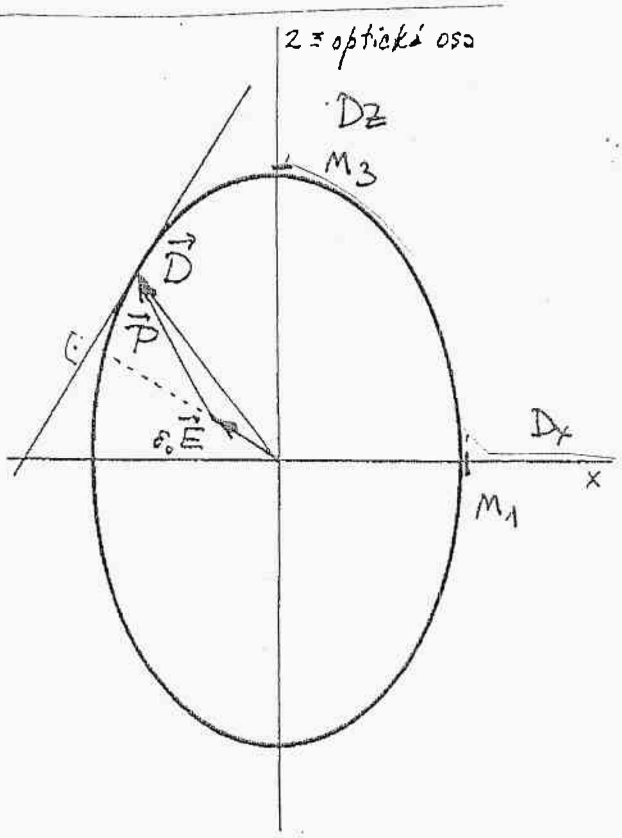
$\varepsilon_2 = n_2^2$

$\varepsilon_3 = n_3^2$

$$\frac{D_x^2}{n_1^2} + \frac{D_y^2}{n_1^2} + \frac{D_z^2}{n_3^2} = 2\varepsilon_0 w_e$$

Normalizace $\quad 2\varepsilon_0 w_e = 1$

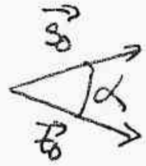
$$\Rightarrow \quad \frac{D_x^2}{n_1^2} + \frac{D_y^2}{n_1^2} + \frac{D_z^2}{n_3^2} = 1$$



# Dodatek

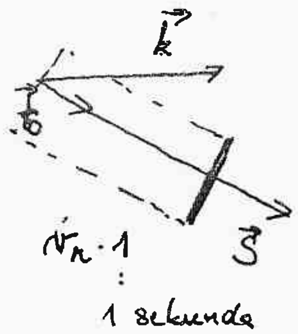
Odvození vztahu pro rychlost šíření energie

$$v_r = \frac{v_f}{\cos\alpha}$$




$\vec v_r$ .. paprsková rychlost

Za jednotku času vyteče jednotkovým průřezem energie obsažená v délce $v_r$ a jednotkovém průřezu




$\vec S = \vec E \times \vec H$ Poyntingův vektor

$\vec S = w \cdot \vec v_r$

$w$ ... objemová hustota energie

$$w = \frac{1}{2}\vec E\cdot\vec D + \frac{1}{2}\vec H\cdot\vec B$$

... v tomto zápisu všechny veličiny reálné

---

$$\vec E = \vec E_0 \cos(\vec k\cdot\vec r - \omega t)$$
$$\vec B = \vec B_0 \cos(\vec k\cdot\vec r - \omega t)$$

$$\operatorname{rot}\vec E = -\frac{\partial \vec B}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \vec k \times \vec E = -(-\omega)\vec B = \omega \vec B$$

$$\operatorname{rot}\vec H = \frac{\partial \vec D}{\partial t}$$

$$\vec k \times \vec H = -\omega \vec D$$

$$\vec D = -\frac{1}{\mu_0\omega^2}\left(\vec k \times (\vec k \times \vec E)\right)$$

$$\vec H = \frac{1}{\mu_0\omega}(\vec k \times \vec E)$$

$$w_e = \frac{1}{2}\vec E\cdot\vec D = \frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{\omega}\vec E\cdot(\vec k\times\vec H)\right)$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\omega}\vec E\cdot(\vec H\times\vec k) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\omega}\underbrace{(\vec E\times\vec H)}_{\vec S}\cdot\vec k = \frac{\vec k}{2\omega}(\vec E\times\vec H)$$

$$w_m = \frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{B} = \frac{1}{2\omega}\vec{H}\cdot(\vec{k}\times\vec{E}) = -\frac{1}{2\omega}\vec{H}\cdot(\vec{E}\times\vec{k}) =$$

$$= -\frac{1}{2\omega}(\vec{H}\times\vec{E})\cdot\vec{k} = \frac{1}{2\omega}(\vec{E}\times\vec{H})\cdot\vec{k} = \frac{\vec{k}}{2\omega}(\vec{E}\times\vec{H}) = w_e$$

$$w = w_e + w_m = \frac{\vec{k}}{\omega}(\vec{E}\times\vec{H}) = \frac{1}{\omega}\vec{k}\cdot\vec{S} = \frac{1}{\omega}|\vec{k}|\cdot|\vec{S}|\cdot\cos\alpha$$

$$|\vec{k}| = \frac{\omega}{c}\cdot n \qquad =$$

Paprsková rychlost $\vec{v}_r = \frac{\vec{S}}{w}$ $\quad |\vec{v}_r| = \frac{|\vec{S}|}{w}$

$$|\vec{v}_r| = v_r = \frac{1}{\omega}\cdot\frac{\omega}{c}\cdot\frac{n\cdot|\vec{S}|}{|\vec{S}|\cos\alpha} = \frac{n}{c}\cdot\frac{1}{\cos\alpha} = \frac{v_f}{\cos\alpha}$$

$$v_r = \frac{v_f}{\cos\alpha} \quad ; \quad v_r > v_f$$

# Holografie

Klasická fotografie – záznam intenzity světla (rozložení vlnového pole) na ploše filmu nebo detektoru.

Hologram – je zaznamenávána nejen intenzita, ale i fáze. Při rekonstrukci hologramu vidí pozorovatel obraz včetně prostorové hloubky a perspektivy. Při záznamu fáze je třeba převést informaci o fázi na modulaci amplitudy. K tomu se využívá interference. Světelná vlna obsahující informaci o scéně se nechá interferovat s koherentní referenční vlnou. Interferenční obrazec obsahuje informaci o relativní fázi zaznamenané vlny vůči vlně referenční.

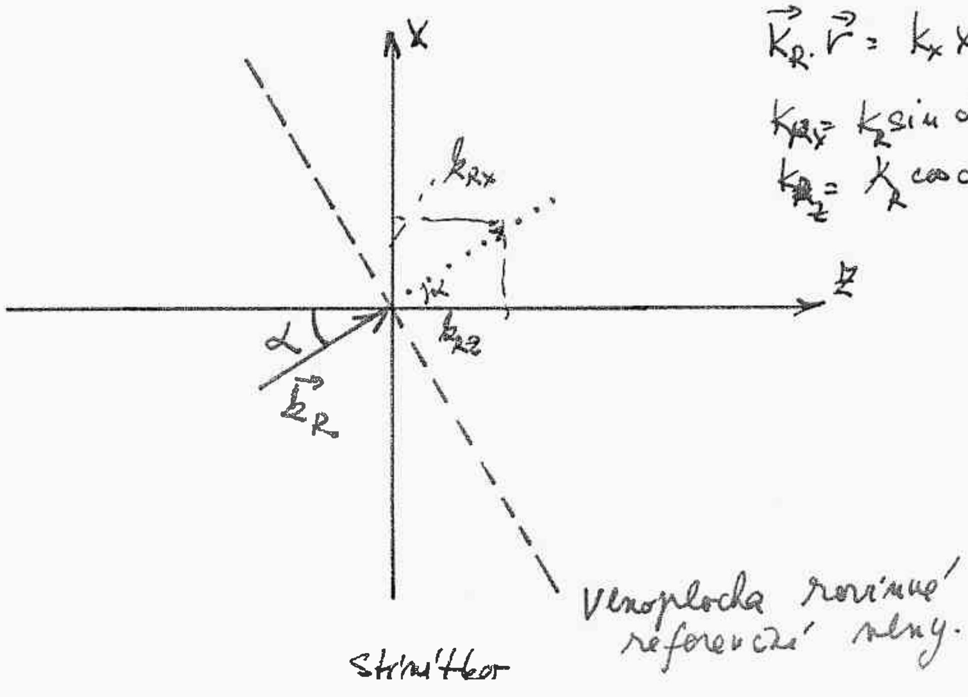
Fáze vlny $\vec{k}_R \vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z$ .. ref. vlna

Pro jednoduchost budeme dále pracovat ve 2D prostoru, zvolíme rovinu XZ. Pak je rovina stínítka rovina XY

$$\vec{K}_R \cdot \vec{r} = k_x x + k_z z$$

$$k_{Rx} = k_R \sin\alpha$$

$$k_{Rz} = k_R \cos\alpha$$



Fáze ve směru x (na filmu) je $k_R x \sin\alpha \approx k_R x \alpha$

$$\tilde{E}_R(x) = A_R\, e^{i(k_R x \alpha - \omega t)} = A_R\, e^{i(\varphi - \omega t)}$$

Je-li referenční vlna rovinná, je $A_R$ konstantní!

Fáze $\varphi$ je funkcí úhlu dopadu rovinné vlny na film

Signální vlna .. obecně složité pole. Pro popis principu budeme předpokládat jednoduchý tvar (např. kulová vlna)

$$\tilde{E}_S(x) = A_S\, e^{i(\theta - \omega t)} \qquad \theta = f(x,y)$$

signální vlna $\qquad A_S = f(x,y)$

Fáze $\theta$ opět funkcí úhlu dopadu signální vlny na film. $\theta = k_S x \sin\beta \approx k_S x \beta$

Intenzita světla na stínítku je pak úměrná

$I_f \sim \tilde{E}_F \tilde{E}_F^*$ $\qquad \tilde{E}_F = \tilde{E}_R + \tilde{E}_S$ $\qquad \tilde{E}_F$ .. výsledné pole na stínítku

$$(\tilde{E}_R + \tilde{E}_S)\cdot(\tilde{E}_R^* + \tilde{E}_S^*) = \tilde{E}_R\tilde{E}_R^* + \tilde{E}_R\tilde{E}_S^* + \tilde{E}_S^*\tilde{E}_R + \tilde{E}_S\tilde{E}_S^* =$$

$$= A_R^2 + A_S^2 + A_R A_S\, e^{i(\varphi - \omega t)} e^{-i(\theta - \omega t)} + A_R A_S\, e^{-i(\varphi - \omega t)} e^{+i(\theta - \omega t)} =$$

$$= A_R^2 + A_S^2 + e^{i(\varphi - \theta)} A_R A_S + A_R A_S\, e^{i(\theta - \varphi)} =$$

$$= I_R + I_S + A_R A_S\, e^{i(\varphi - \theta)} + A_R A_S\, e^{i(\theta - \varphi)}$$

Tímto rozložením intenzity je exponován film.
(Signální vlna je obecně i funkcí y)

Propustnost filmu je obecně $t(x,y)$

$$t(x,y) = t_0 - a\, I_f(x,y)$$

Koeficient vyjadřující zčernání filmu

Osvětlíme-li nyní výsledný hologram za identických podmínek jako při jeho expozici pouze referenční vlnou dopadající ve stejném směru, je pole které vznikne po průchodu referenční vlny hologramem

$$\hat{E}_H = t(x,y)\hat{E}_R = t_0 \tilde{E}_R - a \left\{ (A_R^2 + A_S^2)\hat{E}_R + \right.$$

$$\left. + A_R^2 A_S e^{i(\varphi-\theta)} e^{i(\varphi-\omega t)} + A_R^2 A_S e^{i(\theta-\varphi)} e^{i(\varphi-\omega t)} \right\} =$$

$$= \underset{1}{t_0 \tilde{E}_R} - a \left\{ \underset{2}{(A_R^2 + A_S^2)\tilde{E}_R} + \underset{3}{A_R^2 A_S e^{i(2\varphi-\theta-\omega t)}} + \right.$$

$$\left. + \underset{4}{A_R^2 A_S e^{i(\theta-\omega t)}} \right\}$$

1 + 2 .. Vlna ve směru šíření původní referenční vlny, nenese žádné informace

3 $\sim A_R^2 A_S e^{i(2\varphi-\theta-\omega t)}$ Vlna fázově posunutá vůči původní signální vlně.

Signální vlna $\sim e^{i(\theta-\omega t)}$

? Co znamená změna znaménka ve fázi $\theta \to -\theta$ ve vlně 3 ?

Signální vlna $\sim Re\{e^{i(\theta-\omega t)}\} = \cos(\theta-\omega t)$

Vlna 3 $\sim Re\{e^{i(-\theta-\omega t)}\} = \cos(-\theta-\omega t) =$

$= \cos(\theta+\omega t)$

V kulové vlně $\theta = kr$

$\cos(kr-\omega t)$ ... Vlna expandující od středu $r=0$

$$\cos(kr-\omega t) = \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}r - \frac{2\pi}{T}t\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(r - \frac{\lambda}{T}t\right)\right) =$$

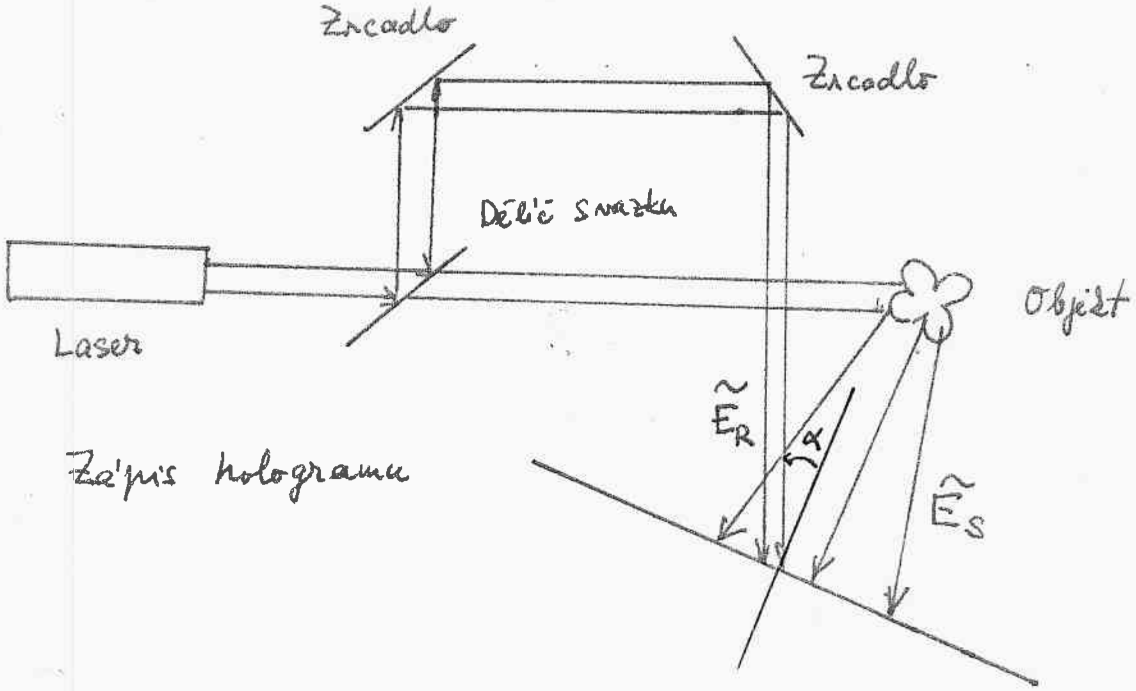
$$= \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(r-vt)\right)$$

Definujeme-li $v>0$, jestliže se $r$ zvětšuje, pak je pro $t_2 > t_1$ $vt_2 > vt_1$, a proto $r_2 > r_1$, aby se faktor $r-vt$ a tím i fáze zachovávaly při šíření (definice fázové rychlosti)

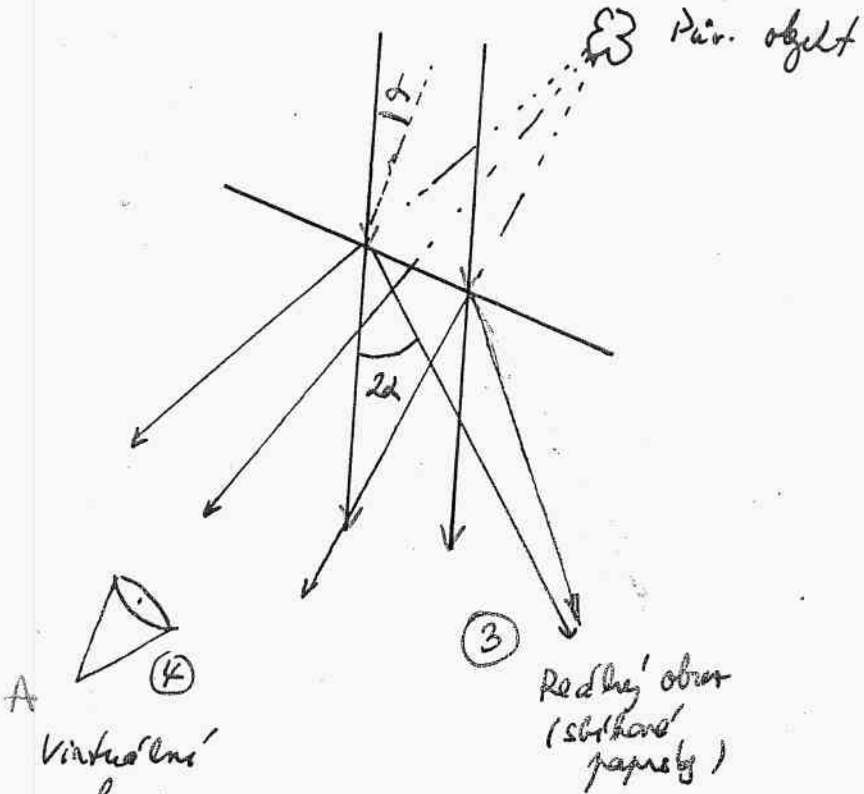
V případě $\cos(kr+\omega t) = \cos\frac{2\pi}{\lambda}(r+vt)$ je tomu naopak - jedná se tedy o vlnu sbíhavou.

$\Rightarrow$ Vlna 3 je sbíhavá kulová vlna

Posun fáze o $2\varphi$ ve vlně 3 znamená změnu směru šíření o $2\alpha$ ($\varphi = k_R x \sin\alpha \doteq$
$\doteq k_R x \alpha$)




Zápis hologramu




Pozorovatel v místě A vidí virtuální obraz v místě přírodního předmětu.

Zobrazení hologramu

# Základy vláknové optiky

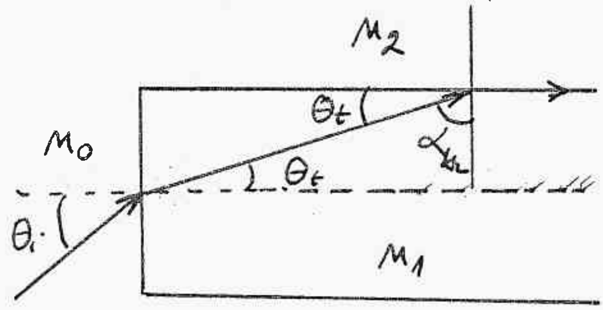
optické vlákno ... vedení světelných signálů

Vedení světla je zajištěno tím, že dochází k úplnému odrazu na rozhraní vlákna a okolí!

$\Rightarrow \quad n_1 > n_0$

$n_1$ ... index lomu vlákna

$n_2$ ... index lomu pláště, $n_2 < n_1$




$\theta_i$ ... úhel dopadu na počátek vlákna

$\theta_t$ ... úhel lomu

$\alpha$ ... úhel dopadu na stěnu vlákna

Pro vlnovody je nutné, aby

$$\alpha > \alpha_{kr}$$

$$n_1 \sin \alpha_{kr} = n_2 \sin \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha_{kr} = \frac{n_2}{n_1}$$

$\theta_i < \theta_{max}$ (akceptační úhel)

– aby na stěně vlákna došlo k úplnému odrazu

$$\theta_t + \alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$n_0 \sin \theta_i = n_1 \sin \theta_t$$

$$n_0 \sin \theta_i = n_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) =$$

$$= n_1 \cos \alpha$$

$$n_0 \sin \theta_{max} = n_1 \cos \alpha_{kr}$$

$$n_0^2 \sin^2 \theta_{max} = n_1^2 (1 - \sin^2 \alpha_{kr})$$

$$n_0^2 \sin^2 \theta_{max} = n_1^2 \left(1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}\right)$$

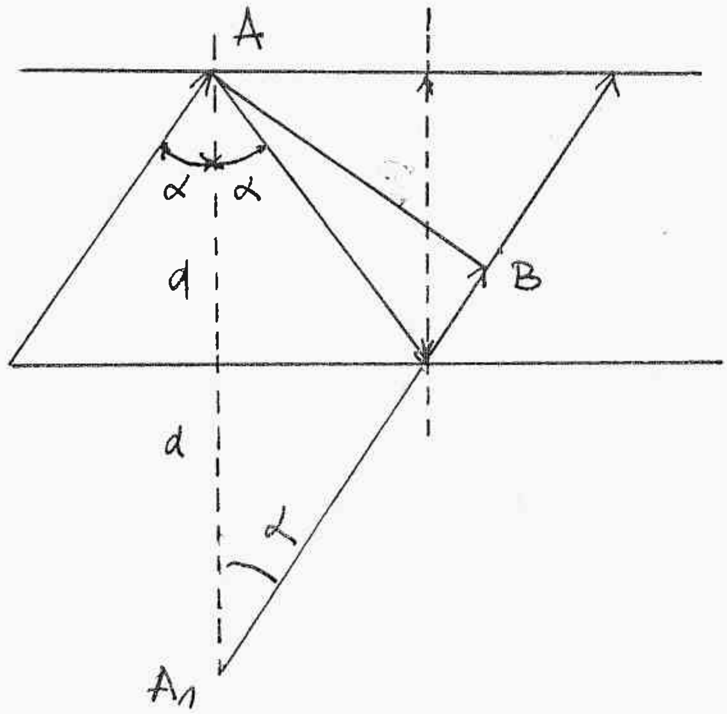
$$= n_1^2 - n_2^2$$

Veličinu $n_0 \sin \theta_{max} = NA$ nazýváme numerickou aperturou vlákna

$$NA = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

V optických vláknech se bez velkých ztrát mohou šířit jen určité světelné módy

Jednoduchý model planárního vlnovodu




Body A a B leží na vlnoploše ⊥ na paprsek v bodě A. Geometrická délka paprsku mezi body A a B je rovna $A_1B$.

$$A_1B = 2d\cos\alpha$$

Vlny se ve vlnovodu během šíření získávají nárůst fáze šířením a dále dodatečnou změnu fáze $\Delta\varphi_r$ v důsledku odrazu na opticky řidším prostředí pod úhlem větším než je kritický úhel.

Podmínka pro dobré šíření je, aby se po odrazech vlny sečítaly ve fázi, tj. aby celkový nárůst fáze byl $2\pi$.

Drahový rozdíl .. $2d\cos\alpha$

Fázový nárůst šířením $2k d\cos\alpha = 2n_1 k_0 d\cos\alpha$

Celková změna fáze $2n_1 k_0 d\cos\alpha + \Delta\varphi_{odr} = 2m\pi$

$m = 0, 1, \ldots M$

$m, M \in \mathbb{Z}$ .. M .. je max. číslo módu, který může ve vlákně existovat

Pro jednoduchý odhad předpokládejme

$$2n_1 k_0 d\cos\alpha \simeq 2M\pi$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} n_1 d\cos\alpha \simeq M\pi$$

$$M \simeq \frac{2n_1 d\cos\alpha_{kr}}{\lambda_0}$$

$$n_0 \sin\Theta_{max} = n_1 \cos\alpha_{kr}$$

$$\frac{2}{\lambda_0} d \cdot \cancel{n_1} \cdot \frac{n_0}{\cancel{n_1}} \sin\Theta_{max} \simeq M \qquad n_0 \sin\Theta_{max} = NA$$

$$M \simeq \left.\frac{2d\, NA}{\lambda_0}\right|_{\text{celá část}}$$

Celkový počet módů, které ve vlnovodu mohou existovat roste s poměrem $d/\lambda_0$

Důležitým parametrem charakterizující vlákna je útlum - ztráty v důsledku rozptylu a absorbce

$P_1$ .. světelný výkon na vstupu do vlákna

$P_2$ .. světelný výkon na výstupu z vlákna

$$\text{útlum} = 10 \log_{10}\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$$

Útlum se obvykle vztahuje na délku vlákna 1 km. Křemenná optická vlákna mají typické hodnoty útlumu 0,17-0,25 dB / km pro vlnovou délku 1,55 μm.

Typy disperze ve vláknech

- modální - způsobená časovým zpožděním daným drahovým rozdílem jednotlivých módů. Jednotlivé módy dorazí na konec vlákna v různých časech to vede ke změně tvaru pulzu

- chromatická disperze - v důsledku závislosti indexu lomu n na vlnové délce λ .. každý mód tedy se šíří jinou rychlostí a na konec vlákna dorazí v různých časech. To opět vede k disperzi a změně tvaru pulzu


Paprsky 1 a 2
- různé optické dráhy