Matematická analýza pro fyziky II

LS 2015/16, MFF UK

5. Cvičení

1. Řešte Ricattiovu diferenciální rovnice

$$y' = y^2 + \frac{1}{2x^2}$$

   Návod: Substituujte $u = \frac{1}{y}$.

2. Řešte diferenciální rovnice

$$xy' + y = y^2 \ln x$$

$$3y^2y' - ay^3 = x + 1$$

$$y' + 2xy = 2x^3y^3$$

3. Řešte okrajové úlohy

   a)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

   s počáteční podmínkou $\begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$.

   b)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & +4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

   s počáteční podmínkou $\begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$.

   c)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

   s počáteční podmínkou $\begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

4. Určete obecné řešení soustavy diferenciálních rovnic

   a)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

   b)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 2 \\ 3 & -3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

   c)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 12 & -2 \\ -3 & -4 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$