

Matematická analýza pro fyziky I

ZS 2015/16, MFF UK

3. zkoušková písemka

Teorie:

1. Definujte, kdy je funkce $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ konvexní na intervalu $I \subset \mathbb{R}$ a napište větu o vztahu druhé derivace f a konvexity f .
2. Napište první větu o střední hodnotě integrálního počtu.

Početní příklady:

1. (15 bodů) Spočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x + e^{-x^2} - 1}{1 - \cos(x^2)}.$$

2. (15 bodů) Najděte všechna řešení diferenciální rovnice

$$y' + y \tan x = \frac{1}{\cos x}.$$

3. (1+14 bodů) • Vyderivujte funkci $\cotan(x)$.

• Najděte primitivní funkci

$$\int \frac{\log(\sin x)}{\sin^2 x} dx.$$

4. (15 bodů) Diskutujte průběh funkce (definiční obor, spojitost, diferencovatelnost (i jednostrannou), intervaly monotonie, lokální a globální extrémy, intervaly konvexnosti a konkávnosti, inflexní body)

$$f(x) = |x - 1| \cdot e^x.$$