VEKTOROVÁ ANALÝZA

- OBVYKLÉ DĚLENÍ → SKALÁR, VEKTOR, TENZORY VYŠŠÍCH ŘÁDŮ

- SKALÁR → URČEN JEN SVOU ČÍS. HODNOTOU, VELIKOSTÍ, ZNAMÉNKEM
  - POKUD CHCI KVANTIT. SLEDOVAT → MUSÍM URČIT STUPNICI → TZN. PŘIŘADIT JEDNOTKU
  - POČÍTÁNÍ SE SKALÁREM → JAKO S $\mathbb{R}$

- VEKTOR
  - MIMO VELIKOSTI I SMĚR A ORIENTACI

$$c = a + b$$
$$d = \alpha \cdot a$$

KOMUTATIVNÍ
$$a + b = b + a$$

ASOCIATIVNÍ
$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

ASOCIATIVNÍ PRO NÁS. ČÍSLEM.
$$\alpha(\beta a) = (\alpha\beta) a$$

DISTRIBUTIVNÍ
$$(\alpha + \beta) a = \alpha a + \beta a \qquad \alpha(a + b) = \alpha a + \alpha b$$

EXISTENCE NULOVÉHO VEKTORU
$$a + 0 = a \qquad 0a = 0 \qquad \alpha 0 = 0$$

EXISTENCE OPAČNÉHO VEKTORU $-a$
$$a + (-a) = 0$$
$$b + (-a) = b - a = x \qquad \Rightarrow b = a + x$$
$$-(\alpha a) = (-\alpha) a = \alpha(-a)$$

NÁSOBENÍ ČÍSLEM 1
$$1 \cdot a = a$$

SOUČIN VEKTORŮ

- SKALÁRNÍ, VEKTOROVÝ

SKALÁRNÍ $a \cdot b$ → ČÍSLO
$$a \cdot b = ab \cos \varphi$$
$$a \cdot b = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

SKALÁRNÍ PLATÍ
$$a \cdot b = b \cdot a$$
$$\alpha(a \cdot b) = (\alpha a) \cdot b \qquad a(b + c) = ab + ac$$

AVŠAK $a(b \cdot c) \neq (a \cdot b) \cdot c$ NE!

VELIKOST VEKTORU $a = |\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}} = \sqrt{a^2} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

JE-LI $a \cdot b = 0 \Rightarrow a \perp b$

VEKTOROVÝ SOUČIN

$$|a\times b| = ab\sin\gamma$$

$$a\times b = \begin{vmatrix} x_0 & y_0 & z_0 \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = x_0\cdot(a_y b_z - a_z b_y) + y_0(a_z b_x - a_x b_z) + z_0(a_x b_y - a_y b_x$$

PLATÍ $a\times b = -b\times a$ (ANTIKOMUTATIVNÍ)

$$\alpha(a\times b) = \alpha a\times b$$

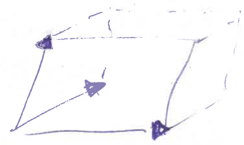
$$a\times(b+c) = a\times b + a\times c$$

AVŠAK NE $a\times(b\times c) \neq (a\times b)\times c$

$a\times b = 0$ → JSOU $a \parallel b$ ⇒ $a\times a = 0$

SMÍŠENÝ SOUČIN

- ROVEN OBJEMU ROVNOBĚŽNOSTĚNU
- ⊕ V ~~...~~ JSOU-LI TO PRAVOTOČ. BÁZE
- ⊖ KDYŽ LEVOTOČIVÁ



GEOM. VÝZN. SMÍŠ. SOUČINU TŘÍ VEKTORŮ

$$abc = [abc] = (a\times b)\cdot c = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$

PLATÍ $(a\times b)\cdot c = a\cdot(b\times c)$

— UMOŽŇUJE KOMPAKTNÍ ZÁPIS

$$a\times(b\times c) = b(a\cdot c) - c(a\cdot b)$$

$$(a\times b)\cdot(c\times d) = (a\cdot c)(b\cdot d) - (b\cdot c)\cdot(a\cdot d)$$ LAGRANGEOVA IDENTITA

$$(a\times b)\times(c\times d) = [a\cdot(b\times d)]c - [a\cdot(b\times c)]d$$

$$a\times[b\times(c\times d)] = (a\cdot c)(b\cdot d) - (a\cdot d)(b\cdot c)$$

TRANSFORMAČNÍ VLAST. VEKTORŮ

- POSUN
- ORTOGONÁLNÍ TRANSF. → LIN. POSUN (LIN. VZTAHY)
- INVERZE OS (MĚNÍ SE POUZE ZNAM.)

SKALÁRY ... INVARIANTY, PŘI ORTOGON. TR. SE NEMĚNÍ $(m, Q, T, ..)$

PSEUDOSKALÁRY ... NEMĚNÍ VELIKOST, MĚNÍ ZNAMÉNKO

PRAVÉ (POLÁRNÍ) VEKTORY
- MAJÍ SOUŘADNICE (JAKO BODY), TRANSF. SE STEJNĚ JAKO SOUŘ. BODŮ
- MĚNÍ ZNAMÉNKO PŘI INVERZI ALE NE SMĚR $(v, a, p, F, ..)$

PSEUDOVEKTORY (AXIÁLNÍ, NEPRAVÉ)
- NEMĚNÍ ZNAMÉNKO, ALE MĚNÍ SMĚR (MOM. HYBNOSTI, M, B)

2 POL. VEKTORY → SKAL. SOUČIN = SKALÁR
2 AXIAL. VEKT. → SKAL. SOUČIN = SKALÁR
} THE SAME

SMÍŠENÝ SOUČIN 3 POL. (AX.) → PSEUDOSKALÁR

$\overset{pol}{a} \times \overset{pol}{b}$ → PSEUDOVEKTOR (AXIAL. VEKTOR)

SKALÁRNÍ A VEKTOROVÉ POLE

SKALÁRNÍ
- KAŽDÝ BOD V PROST. → JEDNOZNAČ. PŘIŘAZENÉ REÁL. ČÍSLO
- VYJADŘUJI POLOHOVÝM VEKTOREM r $\quad r = (x, y, z)$
- SKALÁRNÍ POLE $f(r)$

→ 3 PRVNÍ DERIVACE $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}$

VEKTOROVÉ

$F = (F_x, F_y, F_z)$ $\quad F(r) = F_x(x,y,z)\,x_0 + F_y(x,y,z)\,y_0 + F_z(x,y,z)\,z_0$

→ 9 $\frac{\partial F_x}{\partial x}, \frac{\partial F_x}{\partial y}, \frac{\partial F_x}{\partial z}, \dots$

- ČASOVĚ
  - ZÁVISLÁ $f(x,y,z,t)$
  - NEZÁVISLÁ $\bar{F}(x,y,z,t)$

- VYŠŠÍ DERIVACE NEZÁVISÍ NA POŘADÍ PROMĚNNÝCH $\boxed{\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}}$

- ČASTO VYŠETŘUJI POLE PO KŘIVCE
  POČ. BOD A_0 + POLOHOVÝ VEKTOR

$\cos\alpha = \frac{x}{r} \quad \cos\beta = \frac{y}{r} \quad \cos\gamma = \frac{z}{r}$

$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$

$(\bar{F} + \bar{G})' = F' + G' \qquad (F \cdot G)' = F' \cdot G + F G' \qquad (\bar{F} \times \bar{G})' = \bar{F}' \times \bar{G} + F \times \bar{G}'$

SOUČIN SKAL. (f) A VEKT. (F) POLE

$(fF)' = f'\bar{F} + f\bar{F}'$

GRADIENT SKALÁRNÍHO POLE

$\text{grad}\, f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}\right)$ - DERIVACE SKAL. POLE $f(x,y,z)$ V DANÉM SMĚRU $t(s)$

~~[illegible]~~ EKVIPOTENCIÁLNÍ PLOCHY
- MÍSTA S KONST FCÍ GRADIENTU

- SMĚR NORMÁLY K EKVI. POT. PLOŠE → SMĚR NEJV. ZMĚNY (NEJVĚTŠÍ ZAHUŠTĚNÍ (JAKO U MAP)

$$\mathrm{grad}\, f = \frac{df}{ds} n_0$$

$$\frac{df}{ds} = \frac{\partial f}{\partial x'} \cos\alpha' + \frac{\partial f}{\partial y'} \cos\beta' + \frac{\partial f}{\partial z'} \cos\gamma'$$

$$\frac{\partial f}{\partial x'} = \frac{\partial f}{\partial y'} = 0$$ JSOU TEČNAMI

→ DTEDY GRAD → 0

KDYŽ Z VEMU JAKO SMĚR NORMÁLY N

$$\frac{df}{ds} = \frac{\partial f}{\partial z'} \cos\gamma'$$

⇒ MAXIM. HODNOTA VE SMĚRU Z

⇒ $\cos\gamma' = 1$

DEFINICE:

GRADIENT SKALÁRNÍHO POLE V DANÉM BODĚ JE <u>VEKTOR</u> O VELIKOSTI DERIVACE VE SMĚRU NORMÁLY K EKVIPOTENC. PLOŠE A MÁ SMĚR TÉTO NORMÁLY

$$\mathrm{grad}\, f = \frac{df}{ds} n_0$$

$$\nabla \equiv \text{NABLA} \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$$

$$\boxed{\mathrm{grad}\, f \equiv \nabla f}$$ → VEKTOR

- PŘIŘAZUJI SKALÁRNÍMU POLI JEDNOZN. VEKTOROVÉ POLE

$\bar{F} = \nabla f$ (f JE SKALÁRNÍM POTENCIÁLEM F)

- KDYŽ EXISTUJÍ DERIVACE → KAŽD. SKAL. POLI PŘIŘADÍM GRAD.

ALE NE KAŽDÉ $\bar{F}$ MŮŽU VYJÁDŘIT JAKO $\bar{F} = \nabla f$

- KDYŽ MOHU → NAZÝVÁ <u>POTENCIÁLNÍM</u>

PRAVIDLA

$\nabla c = 0$

$\nabla(cf) = c\nabla f$

$\nabla(f_1 + f_2) = \nabla f_1 + \nabla f_2$

$\nabla(f_1 f_2) = f_1 \nabla f_2 + f_2 \nabla f_1$

DIVERGENCE VEKTOROVÉHO POLE

- VEKTOROVÉ POLE $F(x,y,z)$, TOK POLE ϕ PLOCHOU S $\phi = \int_S F\, dS$ DIFERENC. ELEMENT PLOCHY

- PRO $\phi = \oint_S F\, dS$ → TOKY VNITŘNÍMI PŘEPÁŽKAMI SE VYRUŠUJÍ

- JEDNOU JE S + A JEDNOU S −

$$\sum_{i=1}^{N} \phi = \sum_{i=1}^{N} \oint_S F_i\, dS_i = \phi$$

– POKUD ZMENŠUJI OBJEMY V_i → ZMENŠUJÍ SE TOKY ϕ_i

ALE $\sum V_i = V$ = KONST $\qquad \sum \phi_i = \phi = $ KONST

↳ JEN VÍCE PŘEPÁŽEK

→ DÁM DO PODÍLU

↳ ZVOLÍM BOD A (x,y,z) A OBKLOPÍM HO PROSTOREM ΔV

↳ TEN DĚLÍM

$$\operatorname{div} F = \lim_{\Delta V_i^{(A)} \to 0} \frac{\Delta \phi_i^{(A)}}{\Delta V_i^{(A)}}$$

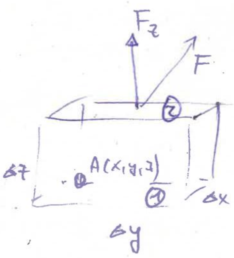
– POKUD LIMITA EXISTUJE A NEZÁVISÍ NA ZPŮSOBU DĚLENÍ OBJEMU ΔV

→ VZTAH VYJADŘUJE DIVERGENCI POLE $\mathbf{F}$ V A

$$\phi = \oint_S F dS = \sum_{i=1}^{N} \phi_i = \underbrace{\sum_{i=1}^{N} \frac{\phi_i}{V_i}}_{\text{PŘEJDE NA div F}} V_i$$ → LIMITNĚ DĚLÍM OBJEMY

$$\Rightarrow \boxed{\oint_S \bar{F} d\bar{S} = \int_V \operatorname{div} \bar{F} \, dV}$$

PŘECHOD OD OBJ. INTEGR K PLOŠ. → GAUSS.



TOK VEKTOROVÉHO POLE F UZAVŘENOU PLOCHOU JE ROVEN CELKOVÉ DIVERGENCI V OBJEMU, KTERÝ UZAVÍRÁ TATO PLOCHA

$$\Delta \phi_{1,2} = \Delta \phi_2 + \Delta \phi_1 = F_z(x,y,z+\Delta z)\Delta x \Delta y - F_z(x,y,z)\Delta x \Delta y \approx \frac{\partial F_z}{\partial z} \Delta x \Delta y \Delta z$$

CELKOVÝ TOK $\quad \Delta \phi \approx \left(\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z} \right) \Delta V \qquad \Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$

$$\Rightarrow \boxed{\operatorname{div} F = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z} = \nabla \cdot F}$$

SKALÁRNÍ SOUČIN ∇ a F, ALE NELZE ZAM. POŘADÍ!

$f = \operatorname{div} \bar{F}$ PŘIŘAZUJE VEKT. POLI F JEDNOZNAČNĚ SKALÁRNÍ POLE f, ZPĚTNĚ JIŽ NENÍ JEDNOZN.

$F + F'$ KDE $\operatorname{div} F' = 0$ MAJÍ F a $F' + F$ STEJN. DIV.

PRAVIDLA

$$\nabla \cdot \bar{c} = 0 \qquad \nabla \cdot (cF) = c \nabla \cdot F \qquad \nabla \cdot (\bar{F}_1 + \bar{F}_2) = \nabla \cdot \bar{F}_1 + \nabla \cdot \bar{F}_2$$

$$\nabla \cdot (fF) = f \nabla \cdot F + F \cdot \nabla f$$

$\operatorname{div} F = F_{1n} - F_{2n} = n \cdot (F_1 - F_2)$ → ΔV TĚSNĚ PŘIMKNUTÁ S PLOŠE (TENKÉ)

PLOŠNÁ DIVERGENCE

– Z OBOU STRAN

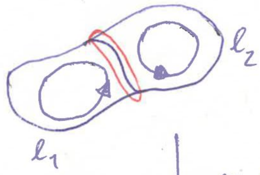
$\Delta \phi_2 = (F_{1n} - F_{2n}) \Delta S$

↳ NORMÁLOVÉ FCE

ROTACE VEKTOROVÉHO POLE

$\vec{F}(x,y,z)$ $\quad \Gamma = \oint_l F\,dl$ $\quad$ CIRKULACE PODÉL UZAVŘ. KŘIVKY l

- UZAVŘ. KŘIVKA = HRANICE PLOCHY S → TA ALE NENÍ URČENA JEDNOZNAČNĚ



- NA S MOHU VÉST DALŠÍ DĚLÍCÍ SMYČKY

↳ SOUST. DÍLČÍCH PLOCH → PŘÍSPĚVKY K CIRKULACÍM PODÉL SPOL. HRANIC ⇒ VYRUŠÍ (MUSÍM ZACHOVAT JEDN. SMĚR OTÁČENÍ)

$$\sum_{i=1}^{N} \Gamma_i = \sum_{i=1}^{N} \oint_{l_i} F_i\,dl_i = \Gamma$$

- $A(x,y,z)$, JÍM LIBOVOL. ROVINA, OKOLÍ BODU ⇒ ΔS

↳ TU PLOŠKU DÁLE DĚLÍM

$$\lim_{\Delta S_i^{(A)} \to 0} = \frac{\Delta \Gamma_i^{(A)}}{\Delta S_i^{(A)}}$$

→ POKUD LIM EXIST A NEZÁV NA ZPŮS. DĚLENÍ

→ JE ZÁV. NA VOLBĚ ROVINY NA $\mathbf{n}$ K ELEMENT. PLOŠCE

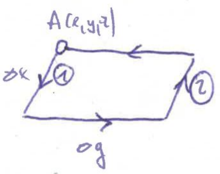
$$\boxed{(\mathrm{rot}\,F)\cdot n = \lim_{\Delta S_i^{(A)} \to 0} \frac{\Delta \Gamma_i^{(A)}}{\Delta S_i^{(A)}}}$$

$$\Gamma = \oint_l F\,dl = \sum_{i=1}^{N} \Delta\Gamma_i = \sum \underbrace{\frac{\Delta \Gamma_i}{\Delta S_i}}_{\text{ZASE} = \lim} \Delta S_i$$

PŘECHOD OD PLOŠ. INT. KE KŘIVK. ⇒ STOKES

$$\boxed{\oint_l F\,dl = \int_S \mathrm{rot}\,F \cdot dS}$$

CIRKULACE VEKTOROVÉHO POLE PODÉL UZAVŘENÉ KŘIVKY JE ROVNA CELK. TOKU POLE LIBOVOL. PLOCHOU, PRO NÍŽ KŘIVKA l PŘEDSTAVUJE HRANICI



PŘÍSP. K CIRKULACI

$$\Delta\Gamma_{12} = \Delta\Gamma_1 + \Delta\Gamma_2 = F_x(x,y,z)\Delta x - F_x(x,y+\Delta y,z)\Delta x = -\frac{\partial F_x}{\partial y}\Delta x\,\Delta y$$

CELKOVÁ CIRKUL. PODÉL OBV. OBD.

$$\Delta\Gamma = \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right)\Delta S \qquad \Delta S = \Delta x\,\Delta y$$

$$\Rightarrow \mathrm{rot}\,\vec{F} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z},\ \frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x},\ \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right) = \begin{vmatrix} x_0 & y_0 & z_0 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$= \nabla \times F$$

$\overline{G} = \mathrm{rot}\,\overline{F}$

PŘIŘAZUJE VEKT. POLI F JEDNOZNAČNĚ JINÉ VEKT. POLE G.
(ZPĚTNĚ NEJEDN.)

F a F + F' (KDYŽ rot F' = 0) MAJÍ STEJNOU ROTACI

PRAVIDLA

$\nabla \times \overline{C} = 0 \qquad \nabla \times c\overline{F} = c\,\nabla \times F$

$\nabla \times (F_1 + F_2) = \nabla \times F_1 + \nabla \times F_2$

$\boxed{\nabla \times (f F) = f \nabla \times F + \nabla f \times F}$!

→ KDYŽ SE ELEM. KŘIVKA TĚSNĚ PŘIMKNE → $\Delta\Gamma = (F_{1t} - F_{2t})\,\Delta l$

$\mathrm{rot}\,F = n \times (F_1 - F_2) \qquad |\mathrm{rot}\,F| = F_{1t} - F_{2t}$

OPERÁTORY $(a\nabla)$ a (Δ)

$$\boxed{(a\nabla) = a_x \cdot \frac{\partial}{\partial x} + a_y \frac{\partial}{\partial y} + a_z \frac{\partial}{\partial z}}$$

OPERÁTOR ~~ay~~ a-grad → PŮS. NA SKAL. I NA VEKT.

$$(a\nabla) f = a_x \frac{\partial f}{\partial x} + a_y \frac{\partial f}{\partial y} + a_z \frac{\partial f}{\partial z} = a \cdot \nabla f$$

$$(a\nabla) F = a_x \frac{\partial F}{\partial x} + a_y \frac{\partial F}{\partial y} + a_z \frac{\partial F}{\partial z} = \left(a_x \frac{\partial F_x}{\partial x} + a_y \frac{\partial F_x}{\partial y} + a_z \frac{\partial F_x}{\partial z} \ldots\right.$$

PROJEKCE grad. SKAL. POLE DO SMĚRU $\overline{s}$ → SMĚR TOTOŽ. S DERIVACÍ

$$\mathrm{div}(F_1 \times F_2) = \nabla \cdot (F_1 \times F_2) = F_2 \cdot (\nabla \times F_1) - F_1 \cdot (\nabla \times F_2)$$

DVOJNÝ VEKT. SOUČIN

$a \times (b \times c) = b(a \cdot c) - c(a \cdot b)$

$$\mathrm{rot}(F_1 \times F_2) = \nabla \times (F_1 \times F_2) = (F_2\nabla) F_1 - (F_1\nabla) F_2 + F_1 (\nabla \cdot F_2) - F_2 (\nabla \cdot F_1)$$

$$\mathrm{grad}(F_1 \cdot F_2) = \nabla (F_1 \cdot F_2) = (F_1 \nabla) F_2 + (F_2 \nabla) F_1 + F_1 \times (\nabla \times F_2) + F_2 \times (\nabla \times F_1)$$

WHY ? → ∇ NENÍ BĚŽNÝ VEKTOR → PŮSOBÍ NA VŠECHNY FCE

↳ KTERÉ JSOU ZA NÍM

– DÁLE div a rot → PŮS. POUZE NA VEKT. POLE

grad → POUZE NA SKAL.

→ SESTAVUJI KOMBINACE OPERÁTORŮ (OPER II. ŘÁDU

rot grad   div rot   div grad   grad div   rot rot

! rot grad $f = 0$! div rot $F = 0$

div · grad $\equiv \Delta$ LAPLACE OPERATOR

$$\Delta \equiv \nabla \cdot \nabla = \nabla^2$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

– PŮS. JAK NA VEKT. TAK SKAL. POLE

rot rot F = grad div $F - \Delta F$ JINAK $\nabla \times (\nabla \times F) = \nabla(\nabla \cdot F) - \Delta F$

IDENTITA S $a \times (b \times c) = b(a \cdot c) - c(a \cdot b)$

VEKTOROVÁ POLE POTENCIÁLNÍ A SOLENOIDÁLNÍ

– VEKTOR. POLE LZE VYJÁDŘIT JAKO GRADIENT NĚJAK SKALÁR POLE

$$F = \operatorname{grad} f = \nabla f$$

$\to$ POTENCIÁLNÍ (BEZVÍROVÉ)

$$\int_A^B F \cdot dl$$

– POKUD F SILOVÉ POLE $\to$ INTEGR = PRÁCI

$$F \cdot dl = \operatorname{grad} f \cdot dl = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz = df$$

$\Rightarrow$ TOTÁLNÍ DIFERENCIÁL FUNKCE $f(x,y,z)$

$$\int_A^B F \cdot dl = \int_A^B df = f(B) - f(A)$$

$\Rightarrow$ VÝSLEDEK NEZÁVISÍ NA DRÁZE

– PŘI ZPĚTNÉ INT. $\to$ POUZE ZMĚNA ZNAMÉNKA

STOKES

$$\boxed{\oint_l F\,dl = \int_S \operatorname{rot} F\,dS}$$

$$\oint_l F\,dl = \oint \operatorname{grad} f \cdot dl = 0$$

$\Rightarrow$ STOKES $\oint_l \operatorname{grad} f\,dl = \int_S (\operatorname{rot} \operatorname{grad}) \cdot dS = 0$

$\boxed{\operatorname{rot} F = \operatorname{rot} \operatorname{grad} f = 0}$ NUTNÁ A POSTAČ. PODM. ABY BYLO POLE POTENC.

SOLENOIDÁLNÍ: POKUD POLE MŮŽU VYJÁDŘIT

$F = \text{rot}\, G = \nabla \times G$ ⇒ SOLENOIDÁLNÍ (BEZZDROJOVÝ)

PLOCHA S → ODĚLÍM NA S_1 a S_2 → SPOLEČNÁ HRANICE l

DLE STOKESE F UZAVŘENOU PLOCHOU $S = S_1 \cup S_2$ BUDE NULOVÝ

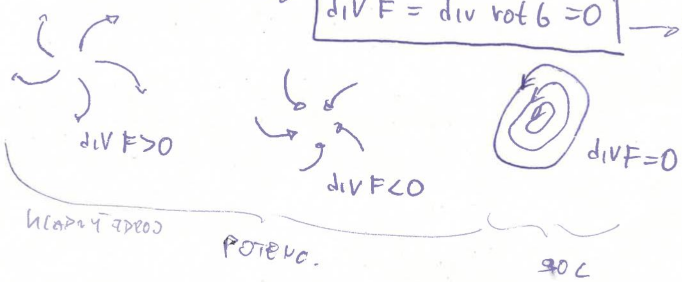
$$\oint_S F\,dS = \oint_S \text{rot}\,G\,dS = \int_{S_1} \text{rot}\,G\,dS_1 - \int_{S_2} \text{rot}\,G\,dS_2 = \oint_l G\,dl - \oint_l G\,dl = 0$$

⇒ APLIKUJU GAUSSE

$$\oint_S \text{rot}\,G \cdot dS = \int_V \text{div}\,\text{rot}\,G\,dV = 0$$

– DÍKY LIBOVOLNOSTI VOLBY S a V

→ $\boxed{\text{div}\,F = \text{div}\,\text{rot}\,G = 0}$ → PODM. ABY POLE BYLO SOLEN.



– OBECNÉ VEKTOR POLE → NEMUSÍ BÝT ANI POTENC. ANI SOLEN.

– BUDE MÍT $\text{div}\,F \neq 0$ $\text{rot}\,F \neq 0$

ALE KAŽDÉ VEKTOROVÉ POLE CO DOSTATEČNĚ RYCHLE KLESÁ V NEKONEČNU

↳ MŮŽE BÝT JEDNOZNAČ. ZPŮSOBEM ROZLOŽENO NA SOUČET POTENC. A SOLENOID.

INTEGRÁLNÍ VĚTY VEKT. ANAL.

GREENOVA VĚTA – PRVNÍ

POLOŽÍME $F = f_1\,\text{grad}\,f_2$ A V ZTAHU PRO DIVERGENCI → DO GAUSSE

$$\oint_S f_1\,\text{grad}\,f_2\,dS = \int_V (f_1 \Delta f_2 + \text{grad}\,f_1 \cdot \text{grad}\,f_2)\,dV$$

– DRUHÁ

$$\oint_S (f_1\,\text{grad}\,f_2 - f_2\,\text{grad}\,f_1)\,dS = \int_V (f_1 \Delta f_2 - f_2 \Delta f_1)\,dV$$

– TŘETÍ

$$\oint_S \text{grad}\,f \cdot dS = \int_V \Delta f\,dV$$