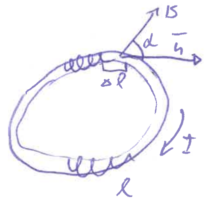
ŘEŠENÉ PŘÍKLADY:



a) PLATNOST AMPÉRA, MĚŘICÍ TRANSFORMÁTOR

- cívka (N vysoké) na ohebném jádru mal. vodiče (dS)
  ↳ tvoř. uzavř. smyčku z vodiče

- cívku vložím do pole vodičů $\bar{n}$ ... jednotk. vektor

$d\bar{l} = \bar{n}\, dl$

$d\bar{S} = \bar{n}\, dS$

jedním závitem $d\Phi = \bar{B} \cdot d\bar{S}$ na dl připadá z_0 závitů

celou cívkou $d\Psi = z_0\, dl\, d\Phi = z_0\, dS\, (\bar{B} \cdot d\bar{l})$

$$\Psi = z_0\, dS \oint_l \bar{B}\, d\bar{l}$$

Pokud se Ψ mění → indukt. nap.

$$\varepsilon_F(t) = -z_0\, dS \frac{d}{dt} \oint_l \bar{B}\, d\bar{l}$$

- $t=0$ — zapnu proud ve vodiči
  ↳ jeho mag. pole naroste

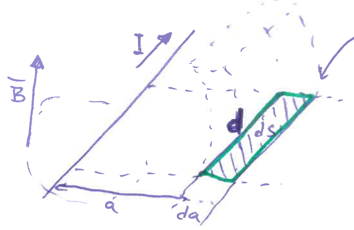
$\Psi = L \cdot I$

$$\underset{\text{v obvodu cívky}}{Q} = \int_0^\infty I\, dt = \frac{1}{R} \int_0^\infty \varepsilon_F(t)\, dt = -\frac{z_0 dS}{R} \int_0^\infty \frac{d\Psi}{dt}\, dt = -\frac{z_0 dS}{R} \oint_l \bar{B}\, d\bar{l}$$

↳ celk. náboj prošlý při zapnutí pole

- smyčka musí proud. uzavírat!
- pro měř. velkých stříd. proudů → měř. cívky **pevného** tvaru, fer. jádro
  ⇒ měřicí transf.

b) VLASTNÍ INDUKČNOST PŘÍMÝCH VODIČŮ



hledám Ψ touhle ploškou

- je to radiální ploška

- 1. vodič — s proudem I

$d\Psi = B\, d\, da$ za B dosadím $B\, 2\pi a = \mu_0 I$, $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

$$\Rightarrow L_d = \frac{\Psi_d}{I} = \frac{\mu}{2\pi} d \int_0^\infty \frac{da}{a}$$

$$L = \frac{\Psi_d}{I} = \frac{B\, d\, da}{I} = \frac{\mu I\, d\, da}{2\pi a I} = \frac{\mu}{2\pi} d \int \frac{1}{a} da$$

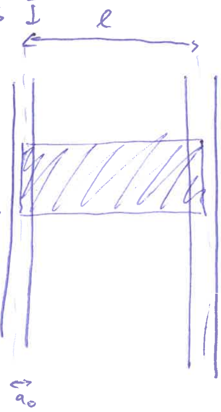
→ jak pro 0 tak ∞ diverguje

$a \to 0$ — odstraním předp. kolmého přím. vodiče

$a \to \infty$ — ale ani tak neodstr. diver.

⇒ **NEŘEŠIT.** → nekon. velká ind.

- 2. vodiče, nekon. dlouhé, přímé, ∥, průměru $2a_0$, vzdál. l, s I
- proud musí být rozl. **rovnom.** po celém průř. vodiče
- $\mu = 1$, ve vakuu,



Mag. pole přím. vodiče $B = \mu_0 \frac{I}{2\pi a}$

uvnitř $B = \frac{\mu_0}{2\pi a_0^2} I a$

$$\Rightarrow L_s = \frac{\mu_0}{2\pi a_0^4} s \Bigg[\underbrace{\int_0^{a_0} a^3\, da + \int_{l-a_0}^{l} (l-a)^3\, da}_{\text{uvnitř}} \Bigg] + \frac{\mu_0}{2\pi} s \Bigg[\underbrace{\int_{a_0}^{l-a_0} \frac{da}{a} + \int_{l}^{l-a_0} \frac{da}{l-a}}_{\text{vně}} \Bigg]$$

~~vně vodiče — super~~

Po integraci

$$\Rightarrow L_s = \frac{\mu_0}{2\pi} s \left[1 + \ln \frac{l - a_0}{a_0} \right]$$

- musím dělit na pole vně vodiče a uvnitř

Ampér $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$ $B = \frac{\mu_0}{2\pi a_0^2} I a$

- pro **dutý** vodič → vypadne první člen!

$L_0 C_0 = \mu_0 \varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}$

c) VLASTNÍ INDUKČNOST KRUHOVÉ SMYČKY

- polom. r, ve vakuu, proud I
- nemůžeme považ. za nekon. tenkou (jako u vodičů), průřez a_0
- musím opět vypoč. Ψ uvnitř a vně vodičů

  uvnitř r a $r-a$

  vně – kruh. plocha o polom. $(r-a)$

- pro $r \gg a$ – lze zanedbat zakřiv. kružnice → uvnitř počítám jako u vodiče s délkou $\boxed{2\pi r}$

  PROSTĚ DLOUHÝ VODIČ

$$\boxed{L = \mu_0 r\left(\ln\frac{8r}{a_0} - \frac{7}{4}\right)}$$

I teče nekon. tenkou osovou kruž.

Ψ – obvodu kruhovou plochou ohranič. smyčky

- pro vnější → musím znát průběh $\vec{B}$

  → počítám jako vzáj. indukčnost dvou tenkých koncentrických kruh. smyček o r a $(r-a)$

$$L_{12} = \frac{\mu}{4\pi}\oint_{l_1}\oint_{l_2}\frac{dl_1\,dl_2}{R}$$

– dobitý počítání ale výs.

d) VLASTNÍ INDUKČNOST SOLENOIDU

- délka l, pol. R, N_l závitů
- idealizuji → pole uvnitř je homog. → $\vec{B} = \mu_0 I N_l$ (celk. počet závitů)

$\Psi = L \cdot I$ ⇒ $\boxed{\Psi = N_l B S l}$, průřez solen. $\wedge\ S = \pi R^2$

$$\Rightarrow \boxed{L = \frac{\Psi}{I} = \mu_0 N_l^2 V} \qquad \wedge\ V = Sl \ \text{... objem solenoidu}$$

- chci-li zahrnout okraj. efekty

$$L = k\mu_0 N_l^2 V \qquad \text{kde } k = 1 - \frac{8R}{3\pi l} + \frac{R^2}{2l^2} - \frac{R^4}{4l^4}$$

koef.

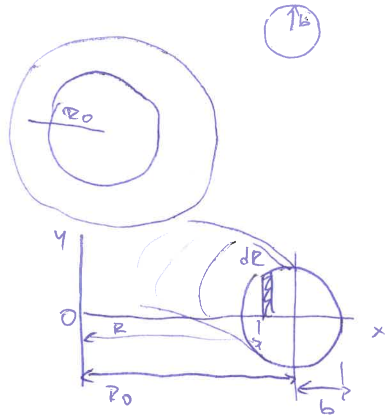
$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N_l B S l}{I} = \frac{N_l S l \mu_0 I N_l}{I} = N_l^2 V \mu$$

1b

e) VLASTNÍ INDUKČNOST TOROIDU

- řada důlež. aplikací, tokamak, betatron, ...
- kruh. průř. b (polom.), N záv., osová kruž. tor $= R_0$
- $\vec{B}$ klesá s $\frac{1}{r}$
- hledám celk. Ψ – ohranič. osovou kruž. smyčky
- zavedu soust. souř., poč. ve středu průřezu
  - na povrchu platí $x^2 + y^2 = b^2$ (kruž)

Opět dělím na tok uvnitř / vně



$$\Rightarrow L = \frac{\Psi}{I} = \frac{\mu_0 N^2}{\pi}\int_{R_0-b}^{R_0+b}\frac{y}{R}\,dR = \frac{\mu_0 N^2}{\pi}\int_{-b}^{+b}\frac{\sqrt{b^2-x^2}}{R_0+x}\,dx = \left[\begin{array}{l}\text{subs } x = bz \\ \text{a označ.} \\ R_0 = bc\end{array}\right]$$

$$\Rightarrow L = \frac{\mu_0 N^2 b}{\pi}\int_{-1}^{+1}\frac{\sqrt{1-z^2}}{c+z}\,dz = \frac{\mu_0 N^2 b}{\pi}\int_{-1}^{+1}\frac{1-z^2-cz+cz+c^2-c^2}{(c+z)\sqrt{1-z^2}}\,dz =$$

$$= \frac{\mu_0 N^2 b}{\pi}\left[\underbrace{(1-c^2)\int_{-1}^{+1}\frac{dz}{(c+z)\sqrt{1-z^2}}}_{\text{LOAD BULLSHIT}} - \underbrace{\int_{-1}^{+1}\frac{z\,dz}{\sqrt{1-z^2}}}_{=0} + c\underbrace{\int_{-1}^{+1}\frac{dz}{\sqrt{1-z^2}}}_{=\pi}\right]$$

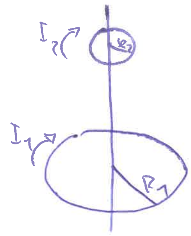
$$\boxed{L = \mu_0 N^2\left(R_0 - \sqrt{R_0^2 - b^2}\right)}$$

pro $b \ll R_0$

$$\boxed{L = \mu_0 N^2\frac{b^2}{2R_0} \qquad L = \mu_0 N_l^2 V}$$

5) VZÁJEMNÁ INDUKČNOST DVOU SOUOSÝCH SMYČEK

– R_1, R_2 ; STEJNÁ ORIENTACE , VZDÁL h



$$\boxed{B = \frac{1}{2}\mu_0 I_1 \frac{R_1^2}{(R_1^2+h^2)^{3/2}}}$$

VYBUZ. VĚTŠÍ SMYČKOU VE STŘEDU MENŠÍ

$$\Rightarrow L_{12} = \frac{\mu_0 \pi}{2} \frac{R_1^2 R_2^2}{(R_1^2+h^2)^{3/2}}$$

PRO KONCENTRICKÉ $h=0$

$$L_{12} = \frac{\mu_0 \overbrace{\pi R_2^2}^{S_2}}{2 R_1} = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{S_2}{R_1}$$

6) VZÁJEMNÁ INDUKČNOST DVOJICE SOUOSÝCH VÁLCOVÝCH CÍVEK

- VÁLC. CÍVKA o POLOM. R_1, R_2 , N_1, N_2 , l_1, l_2

$L_{vzáj.}$ INDUKČNOST ?

1) OBĚ STEJNÝ ROZMĚR, ORIENT., DOSTAT. DÉLKU A NA STEJNÉM JÁDŘE

$\Rightarrow$ PROCHÁZÍ TOTOŽNÝ MAG. TOK

PROUD I_1 PRVNÍ $\Rightarrow \phi = \frac{\mu_0 I N_1 S}{l}$

$\boxed{\Psi_1 = \Psi_2}$ PROCHÁZÍ JIMI TOTOŽNÝ MAG. TOK

$\Psi_1 = N_1 \phi \qquad \Psi_{21} = N_2 \phi$

$L = k \mu_0 N'^2 V$
$= k \mu_0 \frac{N^2}{l^{\cancel{2}}} S \cdot \cancel{l}$
$= k \mu_0 \frac{N^2 S}{l}$

$$\Rightarrow L_1 = \frac{\mu_0 N_1^2 S}{l} \qquad L_2 = \frac{\mu_0 N_2^2 S}{l} \qquad L_{12} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{l}$$

$$\Rightarrow \boxed{L_{12} = \sqrt{L_1 L_2}}$$

– NEJVYŠŠÍ MEZNÍ HODNOTA VZÁJ. INDUK. DVOU CÍVEK

2) PRVNÍ l_1, R_1 DRUHÁ $R_2 \ll R_1$ – JE KOAXIÁLNĚ ZASUNUTA DO PRVNÍ

– OBĚ SOUHLAS. ORIENT.

– POLE VYTVOŘ. PRVNÍ CÍVKOU POVAŽ. ZA HOMOG.

$$\phi_{druhé cívky} = \frac{\mu_0 I_1 N_1 S}{l} \Rightarrow \boxed{L_{12} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S_2}{l_1}}$$

$\sqrt{\frac{L_1 \cdot l}{\mu_0 S}} = N_1$

$\sqrt{\frac{L_2 l}{\mu_0 S}} = N_2$

$$L_{12} = \frac{\mu_0 \cdot \sqrt{\frac{L_1 L_2 l^2}{\mu_0^2 S^2}} \cdot S}{\cancel{l}} = \sqrt{L_1 L_2}$$