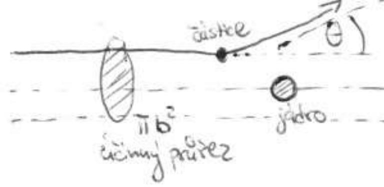
Měření rozměrů jader



impaktní parametr

$$b = \frac{k\cdot e^2 Z_1 Z_2}{mv^2}\cdot\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}}$$

Rutherfordův rozptyl:

$$b(\theta) = \frac{b(\pi/2)}{\tan(\theta/2)} \qquad \xrightarrow{\theta\to 0} \infty, \quad \xrightarrow{\theta\to\pi} 0$$

$r_{min} = \alpha Z_1 Z_2 \frac{\hbar c}{T_k}$; $b(\pi/2) = \frac{r_{min}}{2}$ minimální rozměr jádra

pro $T_k = 7{,}7$ MeV při rozptylu na zlatě: $r_{min} = 29{,}5$ fm

účinný průřez: $\sigma = \pi b^2(\cos\theta) \to d\sigma = \pi\frac{db^2}{d\cos\theta}\cdot d\cos\theta \to \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\cos\theta\cdot d\phi} = \frac{1}{2}\frac{db^2}{d\cos\theta}$ $= \frac{\frac{r_{min}}{2}}{(1-\cos\theta)^2}$

$\sigma(\theta\geq\frac{\pi}{2}) = \pi b^2(\pi/2) = \pi\frac{r_{min}^2}{4} = 683\ fm^2 = 6{,}83\,b$ ... barn = 100 fm²

nerelativistický diferenciální průřez $\frac{d\sigma}{d\Omega} = z^2 Z^2 \alpha^2 (\hbar c)^2 \frac{m^2}{p^4}\frac{1}{(1-\cos\theta)^2}$ $\left(= \frac{\frac{r_{min}^2}{4}}{(1-\cos\theta)^2}\right)$

Vztah mezi σ a psti interakce

→ (σ L) → $P(L) = 1 - e^{-\frac{\sigma\rho N_A}{A}L} \cong \frac{\sigma\rho N_A L}{A}$

průřez, hustota, Avogadro, délka terče, atomové číslo terče

$$dP(x) = (1-P(x))\,\sigma dx\cdot\frac{\rho N_A}{A}$$

výsledky pokusu:
- částice α se rozptylují, jakoby jádro bylo bodové – rozměr jádra je tedy $< r_{min}$ a vychází tedy ~2000x menší než rozměr atomu
- α pronikaly do jader Be ⇒ konečný rozměr jádra ⇒ byl objeven neutron

počet detekovaných částic odpovídá Poissonovu rozdělení

- účinný průřez lze také definovat v kvantové mechanice

$d\sigma = \frac{\vec{j}_{out}\cdot d\vec{S}}{|\vec{j}_{in}|}$ $\quad \vec{j} = -i\frac{\hbar}{2m}(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*)$ $\quad d\vec{S} = \vec{r}^2 d\Omega\cdot\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$

$\psi_{in} = e^{i\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{\hbar c}} \to |\vec{j}_{in}| = \frac{p}{m}$

$\psi_{out} = f(\theta,\varphi)\cdot\frac{e^{i\frac{|\vec{p}||\vec{r}|}{\hbar c}}}{r} \to \vec{j}_{out} = \frac{p}{m}\frac{|f(\theta,\varphi)|^2}{\vec{r}^2}\cdot\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$

→ $\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta,\varphi)|^2$ což se musí vyřešit...

výsledek Q.m. v prvním přiblížení je shodný s klasickým $\left(\text{kvantově: } \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{(\hbar c)^2\alpha^2}{4T_k^2}\cdot\frac{1}{(1-\cos\theta)^2}\right)$

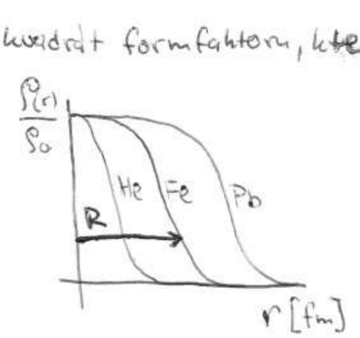
poté další korekce: Mottův rozptyl: $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_M = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_R\cdot\left(1-\beta^2\frac{1-\cos\theta}{2}\right)$ člen navíc souvisí se spinem e^-

Formfaktor

- fourierův obraz hustoty náboje
- změříme rozptyl a porovnáme ho s rozptylem na bodovém náboji → dostaneme kvadrát formfaktoru, který porovnáme s teoretickými modely

Saxon-Woods

- popsání rozložení hustoty v jádře $\rho(r) = \frac{\rho_0}{1+e^{\frac{r-R}{a}}}$ kde $R \doteq 1{,}2\cdot A^{1/3}$ fm, $a \doteq 0{,}5$ fm



- pro velmi malá jádra (v protony) lze pomocí elektronů měřit střední kvadratický poloměr: $F(q) \approx 1 - \frac{1}{6}\frac{q^2\langle r^2\rangle}{(\hbar c)^2}$

Mionový atom

- elektron nahrazen záporným mionem $m_\mu \sim 210 m_e$
- určení rozměrů pomocí vlivu konečných rozměrů jádra na energetické hladiny elek. v obalu jádra
- energie zákl. stavu mionového atomu železa $R=0 \rightarrow E = -\frac{1}{2} m_\mu (Z\alpha)^2 = -1{,}9\,\text{MeV} = E_\mu$
- vazbová energie μ v zákl. hladině závisí na poloměru jádra $R = 1{,}2 \cdot A^{1/3}\,\text{fm} \sim 4{,}6\,\text{fm} \Rightarrow E = -1{,}635\,\text{MeV}$
- bohrův poloměr $r_B = r_{B,e^-} \cdot \frac{m_e}{m_\mu} \cdot \frac{1}{2} \sim 9{,}7\,\text{fm}$ mionu v železe
- pokud $\ell = 0$: $E u(r) = -\frac{(\hbar c)^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} u(r) - \alpha \frac{\hbar c}{r} u(r)$ pro $r > R$ ... rozměr jádra

- Bohrův poloměr H s elektronem: $r_B = 53\,000\,\text{fm} \longrightarrow r_{B,H_\mu} = \frac{53000\,\text{fm}}{210} = 252\,\text{fm}$

- energetické hladiny: $E_e = \frac{1}{2} m_e \alpha^2 = -13{,}6\,\text{eV}$

  $E_\mu = \frac{1}{2} m_\mu \alpha^2 = \dots\dots$ naměřením spektra mionového atomu lze určit m_μ $= 106\,\text{MeV}$

Model E. Rutherforda

Z protonů v jádře ~ několik fm + Z elektronů → { spinově nesedí např. ${}^{14}_{7}N \rightarrow 14p^+ + 7e^- \Rightarrow$ spin $n + 1/2$, ale naměřen 1

- zjištěno, že elektrony vylétající z jader (β částice) mají spojité spektrum a to z Rutherf. nevyplývá

- problém se spojitým spektrem
- problém se zach. mom. hybnosti

} chtěl vyřešit Pauli neutronem ← dnes neutrino

$$\text{Ruth.:} \begin{pmatrix} Z \text{ protonů} \\ Z \text{ elektronů} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} Z\ p^+ \\ Z-1\ e^- \end{pmatrix} + e^-$$

$$\text{Pauli:} \begin{pmatrix} Z\ p^+ \\ Z\ e^- \\ Z\ \bar{\nu}_e \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} Z\ p^+ \\ Z-1\ e^- \\ Z-1\ \bar{\nu}_e \end{pmatrix} + e^- + \bar{\nu}_e$$

} skutečnost

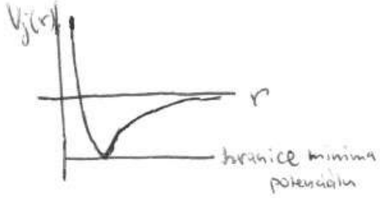
$$\begin{pmatrix} Z\ p^+ \\ (A-Z)\ n^0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} (Z+1)\ p^+ \\ (A-Z-1)\ n^0 \end{pmatrix} + e^- + \bar{\nu}_e$$

Objev neutronu: (James Chadwick)

$${}^{4}_{2}He + {}^{9}_{4}Be \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{1}_{0}n$$

α-ozařováním Be vznikalo pronikavé neutrální záření (dokázalo vyrazit protony z parafínu a udělit jim až 0,1c : nutné $E_\gamma \sim 47\,MeV$; a jádrům dusíku ze vzduchu udělit rychlost až 0,013c : $E_\gamma \approx 91\,MeV$)

- ⟹ e^- v jaderných rozpadech vznikají z β-rozpadů neutronů
- ⟹ část energie odnáší $\bar{\nu}_e$ ⟹ spojité e^- spektrum
- ⟹ jádro N má $7p^+$ a $7n^0$ což je sudý počet fermionů a tedy celočíselný spin



Jaderné síly

- Yukawův mezon (tabulky prez. 3, str 10)

- krátký dosah jad. sil je možné vysvětlit pomocí výměny hmotné částice (mezonu)
- potenciální energie $2p^+$, $2n^0$ nebo mezi p^+ a n^0 je $V_j(r) = -\alpha_j \frac{\hbar c}{r} e^{-\frac{mr}{\hbar c}} \xrightarrow{m=0} -\alpha_j \frac{\hbar c}{r}$; $m \simeq \frac{\hbar c}{1 fm} = 197\,MeV$

↳ síla je přitažlivá (pro $r < 0{,}25\,fm$ odpudivá)

- elmag. interakce – výměna virtuálního γ
- silná interakce (jaderná) – výměna virt. π-mezonu

Hmotnost jader

$Zm_p + (A-Z)m_n > M(A,Z)$ součet hmot p a n > hmota jádra

vazbová energie $B(A,Z) = Zm_p + (A-Z)m_n - \underset{\text{hmota jádra}}{M} > 0$ ... $\underbrace{\frac{B(A,Z)}{A}}_{\text{vazbová en. na 1 nukleon}} \sim 8\text{–}9\,MeV$ / tj. ~ $\frac{1}{100}$ hmoty nukleonů (asi 8,75 pro jeden nukleon železa – nejstabilnější)

- hmotový spektrometr (prez. 3, str 12)

$$\underbrace{ZeE = Ze \cdot V \cdot B}_{= M \cdot \frac{V^2}{R}} \rightarrow V = \frac{E}{B}$$

$$R = M \frac{V}{ZeB} = M \frac{E}{ZeB^2}$$

$$\rightarrow \boxed{M = R \frac{Ze \cdot B^2}{E}}$$

→ z naměřené hmotnosti lze pak určit vazbovou energii daného jádra

- hmota jádra se měří ve hmot. spektrometru. Vyrobí se samostatné jádro (bez e^-) a pustí se do zkříženého el. a mag. pole působí na něj Lorenzova a el. statická síla. Při určité rychlosti částice projde beze změny směru.
- jestliže svazek pustíme jen do mag. pole, opíše kružnici o poloměru závislém na jeho hmotnosti $R = \frac{E}{eBc\sin\vartheta}$, $E = \sqrt{p^2 + m^2c^4}$

Kapkový model jádra (Weiczäiker)

- jádro jako kapka nestlačitelné kapaliny
- vazbová energie $B(A,Z) = A - A^{2/3}$ konstanty $\frac{B}{A} = $ konst.

dominantní člen, který je závislý na počtu nukleonů

povrchový člen (maximum okolo $A \sim 60$, potom klesá kvůli Coulombické interakci)

Coulombický člen: $B(A,Z) = -\frac{Z^2}{A^{1/3}} \cdot 0{,}7\,\text{MeV}$ = potenc. energ. homogenní elektricky nabité koule

v limitě $R \to 1{,}2\,\text{fm}\sqrt[3]{A}$ jde $k \to 0{,}7\,\text{MeV} \cdot \frac{Z^2}{A^{1/3}}$

pozn: energ. nab. koule s nábojem Z a polom. R: $B = -B_{coul.} = \frac{3}{5} Z^2 \frac{\alpha \hbar c}{R}$

Objemový a povrchový člen: energie rovnoměrně „jaderně" nabité koule o polom. R

$$V(r) = -\frac{\alpha_j \hbar c}{r} e^{-\frac{mr}{\hbar c}}, \quad \rho(r) = \frac{A}{4/3 \pi R^3}$$

$$B_{jad} = -\frac{3}{5} A^2 \frac{\alpha_j \hbar c}{R} \left[\frac{15}{4} \cdot \frac{2/3 \left(\frac{mR}{\hbar c}\right)^3 - \left(\left(\frac{mR}{\hbar c}\right)^2 - 1\right) - e^{-2\frac{mR}{\hbar c}} \left(\frac{mR}{\hbar c} + 1\right)^2}{\left(\frac{mR}{\hbar c}\right)^5} \right]$$

pokud $\frac{mR}{\hbar c} \to 0$ potom $[\ldots] \to 1$

objemový člen $\xrightarrow{R = R_0 A^{1/3}} -\frac{3}{2} A \frac{\alpha_j m}{(m R_0/\hbar c)^3}$

povrchový člen $\xrightarrow{R = R_0 A^{1/3}} +\left(\frac{3}{2}\right)^2 A^{2/3} \frac{\alpha_j m}{(m R_0/\hbar c)^4}$

další člen je v závislosti na tom, zda jde o:

- licho - lichá jádra: $-1/A^{1/2} \cdot 12\,\text{MeV}$
- sudo - sudá jádra: $+1/A^{1/2} \cdot 12\,\text{MeV}$
- licho - sudá jádra: 0

$$B = A \cdot 15{,}6 - A^{2/3}\, 17{,}2 - \underbrace{\frac{Z^2}{A^{1/3}} \cdot 0{,}7 - \overbrace{\frac{(A-2Z)^2}{A}}^{\text{⇒ nejlepší je mít jádro se stejně neutrony a protony}} \cdot 23{,}3}_{} + \begin{matrix}\text{licho - lichá} \\ \text{sudo - sudá} \\ \text{sudo - lichá}\end{matrix}$$

o poměru počtu protonů a neutronů v jádře rozhodují tyto dva členy. Coulombický (první) preferuje nejstabilnější jádra s co nejmenším počtem protonů, druhý člen jádra se stejně p^+ a n^0

⇒ stabilnější budou jádra s větším počtem n^0 než p^+

- pro dané A určíme derivací hodnotu Z, pro kterou je vazbová en. největší:

$$\frac{dB(A,Z)}{dZ} = 0 \to Z = \underbrace{\frac{A}{2} \cdot \frac{1}{1 + A^{2/3} \cdot 7{,}5 \cdot 10^{-3}}}_{}$$

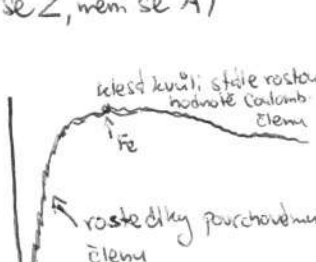
ideální poměr $Z : A$ - tuto rovnici splňuje tzv. údolí stability

jádra se do údolí stability dostávají β-rozpady (nemění se Z, mění se A)

např. pro $^{208}_{82}Pb$: $(A = 208)$

$Z_{Pb} \doteq 82{,}3$

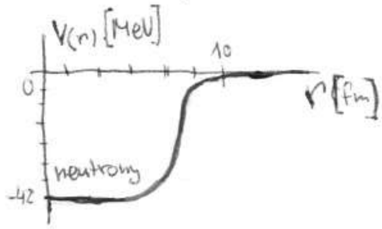
v ideálním případě



Vazbová energie na 1 nukleon (v údolí stab.) $B(A) = B(A,Z) \equiv B\left(A, \frac{\frac{1}{2}A}{1 + 0{,}075 A^{2/3}}\right)$

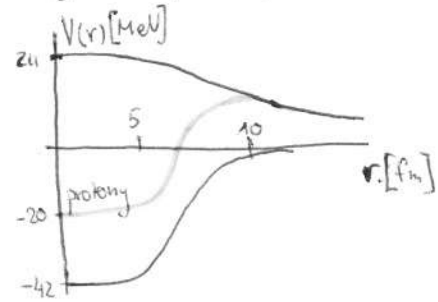
Slupkový model jádra

- jádro jako polokvantový objekt - představa nukleonu v poli zbývajících A-1 nukleonů, které rovnoměrně vyplňují nabitou kouli



- potenciálové jámy pro neutrony a protony se liší kvůli Coulombické interakci
- neutrony jsou uvězněny v potenciálové jámě vytvořené jadernou interakcí

- protony mají jadernou i Coulombickou interakci => výsledná potenciálová jáma je mělčí, než v případě n^0

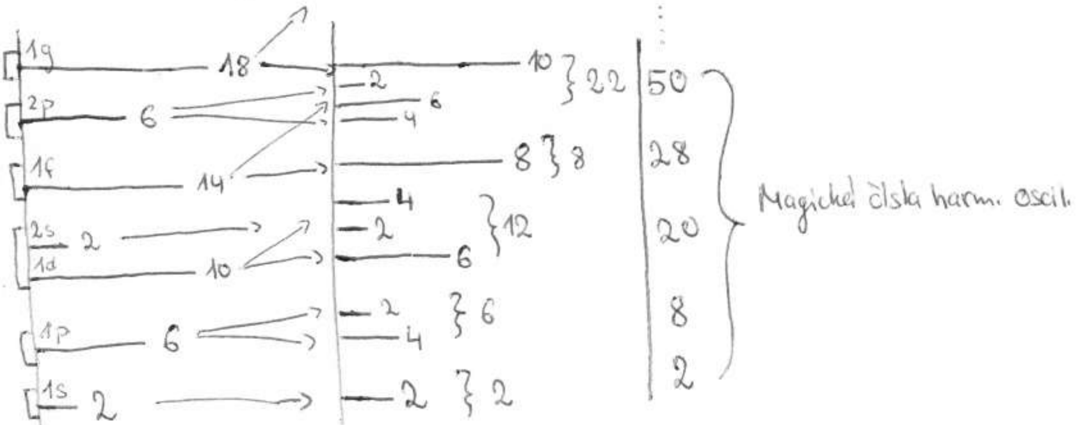


- $V(A, \alpha_j, m, R) \xrightarrow{R = R_0 \sqrt[3]{A}} V(A, \alpha_j, m)$
  - závislost na α_j: $V(k\alpha_j) = k \cdot V(\alpha_j)$ ... s rostoucím α se jáma prohlubuje
  - závislost na A: s rostoucím A se mění tvar jámy - jáma se prohlubuje až do ~40 MeV (okolo A = 60) a poté už se jen rozšiřuje => do jádra se vejde více nukleonů; pro malá A připomíná tvarem harm. oscil., pro velká A pravoúhlou jámu ~ Saxon-Woodsovo rozdělení
  - s rostoucím Z je jáma mělčí

(obrázky v prez. 4, str. 7)

Magická čísla 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

- jádra s určitým počtem neutronů nebo protonů vykazují abnormálně velkou vazebnou energii
- ještě více stabilní jsou jádra s magickým počtem protonů i neutronů např. ${}^{40}_{20}Ca$ ($20p^+$ a $20n^0$), ${}^{4}_{2}He$
- pro harmonický oscilátor nutné započítat spin-orbitální interakci => rozštěpení hladiny s danou hodnotou $l > 0$ na dvě hladiny s celkovým impulsmomentem $j = l + s$ $\qquad -\vec{L} \cdot \vec{S} = -\frac{1}{2}(\vec{J}^2 - \vec{L}^2 - \vec{S}^2)$



Předpověď slupkového modelu

$$\hat{P} R(r) Y_{lm}(\theta, \phi) = (-1)^l R(r) Y_{lm}(\theta, \phi)$$

Řešení s danou hodnotou orbitálního momentu l jsou vlastními stavy operátoru prostorové parity

-> parita je kladná +1 pro sudá l, záporná -1 pro lichá l

- parita je multiplikativní kvantové číslo => parita vln. fce. nukleonů v jádrech je určena součinem parit vln. fcí. nespárovaných nukleonů

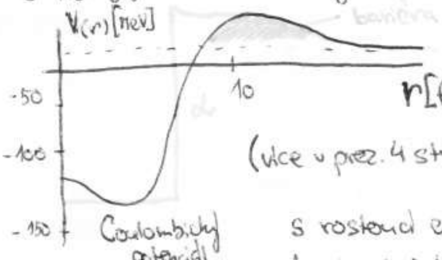
- slupkový model umí také předpovědět celkový spin jader
- nukleony se při obsazování hladin párují, tj. každý pár => spin nula a kladná parita

• Základní stavy jader
  - sudo-sudá jádra: spin 0 a parita +1
  - licho-sudá jádra: spin a parita dány nespárovaným nukleonem: např. ^{15}O má spin 1/2 a parita −1 (nespárovaný p^+ a n^0 mají spin 1/2)
  - licho-lichá: spin je dán součtem spinů nespárovaných nukleonů, parita součinem parit: např. ^{14}N má spin = 0 nebo 1 a parita $p = (-1)\cdot(-1) = 1$

Radioaktivní rozpady $X_1 + X_2 + \ldots \to Y_1 + Y_2 + \ldots$

• pro rozpady a reakce se zavádí hodnota Q. Rozpad je energeticky možný, pokud $Q > 0$ (jinak by se musela dodat energie) $Q = \sum_i M_{X_i} - \sum_i M_{Y_i}$

- rozpad α: ${}^{A}_{Z}X \to {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$ ... $Q_\alpha = M_X - (M_Y + M_\alpha) \Rightarrow B(A,Z) < B(A-4, Z-2) + B(4,2)$
- α částice vznikne v jádře, a protože má velkou vazbovou energii, je její kinetická energie kladná. Aby se dostala ven z jádra, musí protunelovat potenciálovou bariérou



(více v prez. 4 str. 20 k rozpadu ${}^{210}_{84}Po$)

s rostoucí en. α-částice již nemusí tunelovat tak dlouho

- jsou čisté a téměř čisté α-zářiče, u téměř čistých je rozpad obvykle doprovázen γ-zářením
- pravděpodobnost průniku bariérou:

$$P = |T|^2 = 16 \cdot \frac{\sqrt{T_\alpha (T_\alpha + V_0)}\,(V - T_\alpha)}{V(V + V_0)}\, e^{-2 \frac{\sqrt{2M_\alpha (V - T_\alpha)}}{\hbar c} L}$$

- poločasy rozpadu α-zářičů silně závisí na energii Q (s rostoucí en. se zkracuje doba života) (prez. 4, str 22)
- odhad doby života $\tau = \frac{1}{P \cdot f \cdot p_a} \Rightarrow T_{1/2} = \frac{\ln 2}{P \cdot f \cdot p_a}$ kde P je pst. průniku bariérou, f je frekvence nárazů na bariéru a p_a je pst., že se v jádře vytvoří α-částice

údaje nejspíše pro ${}^{210}_{84}Po$
- $P \cong 2{,}7 \cdot 10^{-30}$; $f \cong 1{,}1 \cdot 10^{21}\ s^{-1}$; $p_a \cong 0{,}1 \Rightarrow T_{1/2} = 270$ dní; naměřeno je ale $T_{1/2} = 138$ dní
- závislost doby života α-přechodů na energii je určena členem $\exp\left(-2 \frac{\sqrt{M_\alpha (V - T_\alpha)}}{\hbar c} L\right)$ ve vztahu pro P

„Geigerovo-Nutallovo" pravidlo ... T_α je en. α-část., V je „výška" bariéry, L je „tloušťka" bariéry, M_α hmotnost α-část.

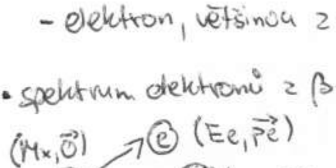
Rozpady β (β^-, β^+, elektronový záchyt)

• $\beta^\pm$: $Q = M_X + Zm_e - (M_Y + Zm_e + m_e) > 0 \to M_X > M_Y + e$

pozn: $M_{X,Y}$ jsou hmoty jader rozpadajícího se a vzniklého prvku (mateřské a dceřinné jádro)

• EC: $Q = M_X + Zm_e - (M_Y + (Z-1)m_e) > 0 \to M_X > M_Y - e$
  - elektron, většinou z nejbližší K-slupky přemění jádro: $e^- + p^+ \to n^0 + \nu_e$ ... slouží jako monoenergetický zdroj neutrin

• spektrum elektronů z β-rozpadů je spojité => bylo předpovězeno (anti)neutrino ν_e, protože jen Y a e^- nevznikne spojité



$$\vec{p}_e + \vec{p}_\nu + \vec{p}_y = \vec{0}$$

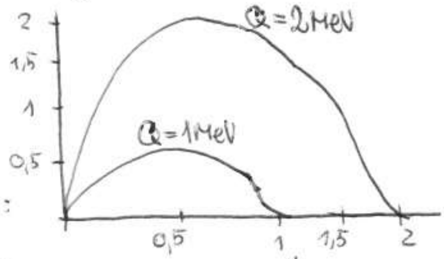
$$E_e + E_\nu + E_y = M_X$$

kinetická energie $S(T_e) \approx p_e E_e p_\nu E_\nu = \sqrt{(T_e + m_e)^2 - m_e^2} \cdot (T_e + m_e) \cdot \sqrt{(Q - T_e)^2 - m_\nu^2} \cdot (Q - T_e)$

konec spektra je citlivý na hmotu neutrina = je o hmotu m_ν posunut a změní se tvar (viz. prez. 4, str 26)

$S(T_e \to Q) \approx \sqrt{(Q - T_e)^2 - m_\nu^2} \cdot (Q - T_e) \xrightarrow{m_\nu \to 0} (Q - T_e)^2$ (tyto členy ovlivňují konec spektra)

- příklady β-zářičů: $^{90}_{38}Sr \rightarrow ^{90}_{39}Y + e^- + \overline{\nu}_e$ s $T_{1/2} = 28,8$ let ; $^{90}_{39}Y \rightarrow ^{90}_{40}Zr + e^- + \overline{\nu}_e$ s $T_{1/2} = 64,1$ hod.
- β-rozpady slouží k tomu, aby jádra dosáhla údolí stability (při stejném A se zvyšuje Z)
- u lichého A je nejstabilnější $^{39}_{18}Ar$, u sudého A se β-rozpadem přemění jádro na sudo-liché
- je možný dokonce podvojný rozpad β: $n^0 n^0 \rightarrow p^+ p^+ + e^- e^- + 2\overline{\nu}_e$
- spektra elektronů a pozitronů jsou ovlivněna nábojem jádra – pro elektrony jsou posunuta k nižším energiím, pro pozitrony k vyšším (viz. obr. prez.5 str. 2)



- závislost doby života na Q:
  - pravděpodobnost úměrná velikosti fázového objemu, tj. integrálu spekter:

$$P(Q) = \int_0^Q \sqrt{(T_e + m_e)^2 - m_e^2} \cdot (T_e + m_e) \cdot \sqrt{(Q - T_e)^2 - m_\nu^2} \cdot (Q - T_e)\, dT_e \quad \longrightarrow \quad T_{1/2}(Q) \cong \frac{1}{P(Q)}$$

  - poměr dob života prvků dobře souhlasí s poměrem pátých mocnin Q

- závislost doby života na rozdílu spinu a parity:
  - pravděpodobnost rozpadů závisí na rozdílu spinů a parit mateřského a dceřinného jádra a rozpady s velkým rozdílem spinů jsou silně potlačeny
  - spin dvojice elektron + neutrino může být nula nebo jedna (povolené a potlačené přechody viz tabulka prez. 5 str. 4)

- rozpad volného neutronu $n^0 \rightarrow p^+ + e^- + \overline{\nu}_e$
  - $Q = m_n - m_p - m_e - m_\nu = (939,57 - 938,27 - 0,511 - 0)\,MeV = 0,79\,MeV$
  - $T_{1/2} = 614\,s$; $\tau = 890\,s$
  - např. rozpad tritia: $^3_1H \rightarrow ^3_2He + e^- + \overline{\nu}_e$ ... $T_{1/2} = 12,3$ let

    velmi malá hodnota $Q = 18,6\,keV$ – odpovídá jí docela dlouhý $T_{1/2}$, naproti tomu pro $^{12}_5B$, který má $Q = 13,4\,MeV$
    : $^{12}_5B \rightarrow ^{12}_6C + e^- + \overline{\nu}_e$ ... $T_{1/2} = 20,2\,ms$

- β-rozpady nemění počet nukleonů => dějí se podél linií kolmých na údolí stability
  - izotopy = jádra se stejným Z, tj. počtem protonů
  - izobary = jádra se stejným počtem nukleonů A
    - pro izobary s lichým počtem nukleonů pozorujeme 1 stabilní jádro, pro izobary se sudým počtem je jich více (viz obrázky prez. 5 str. 5-6) jádra se sudým A mají totiž ve vazebné en. $B(A,Z)$ navíc člen $\substack{\text{sudo-sudé} \\ \text{licho-liché}}$ interakce
    - abnormality představují jádra s magickými čísly

- Dvojný β-rozpad
  - možný jen u některých sudo-sudých jader, např. $^{100}_{42}Mo \rightarrow ^{100}_{44}Ru + 2e^- + 2\overline{\nu}_e$
  - pokud mají neutrina hmotu a jsou totožná s antineutriny, bylo by možné vytvořit bezneutrinový dvojný β-rozpad (zatím nepozorováno) – tento proces by nezachovával leptonové číslo $^A_ZX \rightarrow ^A_{Z+2}Y + 2e^-$

Rozpadové řady

/ α-rozpady mění počet nukleonů o 4 a $mod(A,4) = \underbrace{\{0,1,2,3\}}_{4\ možné\ řady}$

- v přírodě jsou známé čtyři rozpadové řady z nichž 3 končí izotopy olova
- probíhají při nich α-rozpady a následně β, které prvky „vrací" do údolí stability, občasně doprovázeno i γ

• Thoriová: $232Th \to \dots \to {}^{208}_{82}Pb$ $\quad T_{1/2} = 13{,}9 \cdot 10^9$ let ; $mod(A,4) = 0$

• Neptuniová: $237Np \to \dots \to {}^{209}_{83}Bi$ $\quad T_{1/2} = 0{,}00255 \cdot 10^9$ let ; $mod(A,4) = 1$ (už zanikla)

• Uranová: $238U \to \dots \to {}^{206}_{82}Pb$ $\quad T_{1/2} = 4{,}51 \cdot 10^9$ let ; $mod(A,4) = 2$

• Aktiniová: $235U \to \dots \to {}^{207}_{82}Pb$ $\quad T_{1/2} = 0{,}707 \cdot 10^9$ let ; $mod(A,4) = 3$

Rozpadový zákon

$$N(t) = N(0) \cdot e^{-\lambda t} \ ; \ T_{1/2} = \tau \cdot \ln 2 = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

- velmi krátké doby života se (např. v γ-přechodech) měří pomocí rozdělení energií γ ; „γ-přechody v jádrech"

tzv. „Breit-Wignerova formule" $\frac{dP}{dE} = \frac{1}{\pi} \frac{\frac{1}{2}\Gamma}{(E-E_0)^2 + (\frac{1}{2}\Gamma)^2}$ kde $\Gamma = FWHM$ (pološířka)

$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = \frac{\hbar c}{c\tau}$ ... pro $\tau = 1ns\ (=10^{-9}s) \rightsquigarrow \Gamma = 6{,}6 \cdot 10^{-7} eV$

... –"– $1ps\ (=10^{-12}s) \rightsquigarrow \Gamma = 6{,}6 \cdot 10^{-4} eV$

... –"– $1fs\ (=10^{-15}s) \rightsquigarrow \Gamma = 6{,}6 \cdot 10^{-1} eV$

Mössbauerův jev

- při γ-přechodu jádro odnáší část energie a tak je energie γ o něco menší $\quad (M') \leftarrow (M+E_\gamma) \to \circ E'_\gamma$

$$E'_\gamma = E_\gamma - \frac{E_\gamma^2}{2(M+E_\gamma)}$$

např. pro ${}^{191}_{77}Ir$ je $E_\gamma = 129 keV \Rightarrow E'_\gamma = E_\gamma - 47 \cdot 10^{-3} eV$, $\Gamma = 3{,}6 \mu eV$

- a naopak pro vybuzení jádra do excit. stavu je potřeba energie o trochu větší než odpovídá energii γ-přechodu

$$E''_\gamma = E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{2M}$$

např. pro ${}^{191}_{77}Ir$ je $E''_\gamma = E_\gamma + 47 \cdot 10^{-3} eV$

- je-li atom zabudovaný do velkého krystalu, tj. $M \to \infty$ vidíme, že efekt se ztrácí $\left< \begin{matrix} E'_\gamma \\ E''_\gamma \end{matrix} \right. \xrightarrow{M \to \infty} E_\gamma$

(další podrobnosti a měření viz prez. 5 str. 16-17)

- z Breit-Wignerovy křivky lze určit pološířku Γ a z ní určit stř. dobu života

Datování pomocí radioaktivních rozpadů

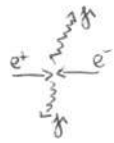
• metoda uran-olovo – v uranových dolech vzniklo olovo z uranu, na počátku tam žádné nebylo, protože se Pb s U chemicky nesnesou $\Rightarrow$ určeno stáří Země ~ 4,2 mld. let (předpoklad, že na počátku byl stejně zastoupen 238U jako 235U)

${}^{238}U \xrightarrow{4{,}47\ mld\ let} {}^{206}Pb$; ${}^{235}U \xrightarrow{0{,}7\ mld\ let} {}^{207}Pb$

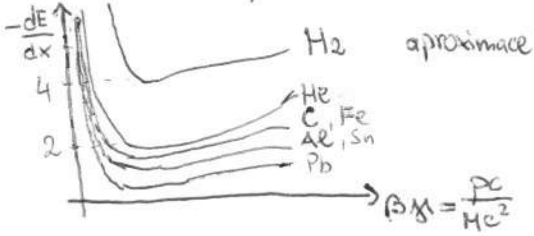
• metoda rubidium-stroncium – používá se ke zkoumání stáří meteoritů ${}^{87}_{37}Rb \to {}^{87}_{38}Sr + e^- + \bar{\nu}_e$; $T_{1/2} = 46{,}8 \cdot 10^9$ let

Interakce záření s prostředím

- rozpady β:
  - β^-: ${}^A_ZX \to {}^A_{Z+1}Y + e^- + \overline{\nu_e}$ $\quad (n \to p + e^- + \overline{\nu_e})$ — energie $\sim$ MeV
  - β^+: ${}^A_ZX \to {}^A_{Z-1}Y + e^+ + \nu_e$ $\quad (p \to n + e^+ + \nu_e)$ — e^+ může dále anihilovat s e^-
  - elektronový záchyt: $e^- + {}^A_ZX \to {}^A_{Z-1}Y + \nu_e$ $\quad (e^- + p \to n + \nu_e)$



- rozpad α: ${}^A_ZX \to {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^4_2He$



aproximace $-\frac{dE}{dx} = \frac{C}{\beta^2}$

Ionizační ztráty (všechny nabité částice)

- uváděny v j. $\frac{MeV}{g \cdot cm^{-2}}$ (vynásobením hust. ρ lze převést na $MeV \cdot cm^{-1}$)
- záření vletí do látky a vyráží z ní elektrony $\Rightarrow$ ztráta energie $(E, \vec{p}) + (m_e, \vec{0}) \to (E', \vec{p}') + (E_e, \vec{p}_e)$
- maximální předaná energie (záření předá veškerou hybnost elektronu) $T_{max} = \dfrac{2m_e\beta^2\gamma^2}{1 + 2\gamma\frac{m_e}{M} + \left(\frac{m_e}{M}\right)^2}$
- $T_{min} = I \sim 10\,eV \cdot Z$ „střední excitační energie" – vazba elektronů v atomu
- velikost $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{min}$: $H_2 \to 4\frac{MeV}{g\,cm^{-2}}$; $C, H_2O \sim 2$; $Pb \sim 1{,}12$ $\qquad E_0 - m = T_k$
- doběh $-\frac{dE}{dx} = \dfrac{\left(\frac{dE}{dx}\right)_{min} \cdot \rho}{\beta^2} \xrightarrow{separ.} -dE\,\frac{E^2 - m^2}{E^2} = \underbrace{\left(\frac{dE}{dx}\right)_{min}}_{konst.}\rho\,dx \to -\int_{E_0}^{m} \dots dE = \int_0^R \dots dx \to R = \dfrac{E_0 - m}{\left(\frac{dE}{dx}\right)_{min}\rho} \cdot \dfrac{E_0 - m}{E_0}$

$$R = \frac{T_k}{(\,)\,\rho} \cdot \frac{T_k}{T_k + m} \quad \begin{cases} T_k \ll m: \sim T_k^2 \\ T_k \gg m: \sim T_k \end{cases}$$

α částice: $Z = 2$, $m_\alpha = 3{,}7266\,eV$, $T_k = 7{,}7\,MeV$
- ve vzduchu: $R = 1{,}7\,cm$
- ve vodě: $R = 20\,\mu m$
- ve zlatě: $R = 1{,}7\,\mu m$

Interakce elektronů

- také ionizují a mohou předat více energ. v jedné srážce
- při $E > E_c = 800\,MeV \cdot \frac{1}{(Z + 1/2)}$ dominuje brzdné záření: doběh $304\,m$ ve vzduchu; $36\,cm$ v H_2O; $1{,}8\,cm$ v Fe $\qquad E_c(Fe) \sim 30\,MeV$

Interakce γ

3 procesy
- fotoefekt: malé energie $\sim 1\,MeV$ (pohlcení $\gamma \to e^-$)
- Compton: $E'_\gamma = \dfrac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e}(1 + \cos\theta)}$; $\Delta E_\gamma = E_\gamma - E'_\gamma$; $\Delta E_{\gamma max} = \dfrac{2E_\gamma^2}{m_e + 2E_\gamma}$ „Comptonova hrana"
- tvorba párů $e^\pm$: $\gamma + e^- \to e^- + e^- + e^+$
  - prahová energie: $E_{\gamma\,pr.} = 2m_e\left(1 + \frac{m_e}{M}\right)$ $\begin{cases} M \gg m_e \to \sim 2m_e \\ M = m_e \to \sim 4m_e \end{cases}$

Interakce neutronů

- záchyt pomalých neutronů: kinetická energie vyzářena γ-kvanty
- pružný rozptyl na malých částicích (H_2): při srážce neutron předá kinet. energ. (nedochází k ionizaci) a odrazí se, takto se provádí „moderace" jeho kinetické energie

Dávky záření

- mióny z kosmického záření : ~ 1mion/s dopadne na plochu dm^2 ; $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{min} = 2\,\frac{MeV}{g\,cm^{-2}}$
  tj. na dm^2 dopadne $1{,}88 \cdot 10^{10}$ MeV/rok $= 3 \cdot 10^{-3}$ J/rok
- dávka na 80kg (vody) ~ 0,04mSv/rok
- za rok člověk v průměru obdrží 2-3mSv (z toho 1-2mSv je z Radonu ze zdí ; plyn emitující α)
- zaměstnanci ~ 20mSv ročně
- CT dost ozařuje (2-10mSv)

Braggův pík

- v lékařství využití PET - pozitronové emisní tomografie $^{18}_{9}F \rightarrow {}^{18}_{8}O + e^+ + \nu_e$; $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$
- pro dolet ~ 22cm v kůži nutno $T_k = 230$ MeV - z Lorentzovy síly je možné vyjádřit $R = \frac{pc}{ecB}$ poloměr urychlovače
- následky ozáření (tabulka prez. 5, str. 25)

dolet $R = \frac{T_k}{\rho \left(\frac{dE}{dx}\right)_{min}}$

Radioaktivita lidského těla

- draslík se stabilním izotopem 39 a radioaktivním izotopem 40, ten je zastoupen z 0,012%
- dospělý člověk ~ 200g K (z toho 0,012% $^{40}_{19}K$)
- $^{40}_{19}K$: $T_{1/2} = 1{,}25$ mld. let ; $\tau = 1{,}8$ mld. let
- 200g K => $3{,}6 \cdot 10^{20}$ jader $^{40}_{19}K$ => $6350 \frac{\text{rozpadů}}{s}$
- ze 6350 rozpadů za sec. je ~635 doprovázeno 1,46MeV γ-zářením

ve ~ 90% se rozpadá β-zářením na stabilní $^{40}_{20}Ca$ (dvakrát magický)
elektrony zde mají max E = 1,3MeV

ve ~ 10% dojde k e^--záchytu a excitovaný stav je doprovázen γ-zářením o E = 1,46MeV, rozpadá se na stabilní $^{40}_{18}Ar$

Léčba

- β-zářiče je možné např. vložit do glukosy → člověk vypije zářiče a ty se rozloží po těle
- zářiče produkují pozitrony, které anihilují s elektrony $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$. Pravděpodobnost anihilace závisí na Z^2 => dojde k ní pravděpodobněji v kostech než v měkké tkáni
- jako β-zářiče se používají např. ^{15}O, ^{13}N, ^{11}C, ^{18}F ; vyrábí se nastřelováním protonů do stabilních jader ($^{1}_{1}p + {}^{12}_{6}C \rightarrow {}^{13}_{7}N$)
- mají velmi krátké poloč. rozpadu $T_{1/2}$ ~ 2minuty

Datování stáří organizmů - C12: 98,89%; C13: 1,11%; C14: 10^{-9}% - nobelova cena: W. F. Libby
- patří ještě k otázce (6)

- metoda ^{14}C - také tvoří CO_2, který se dostává do zelených rostlin - živočichové pojídají rostliny dostávají do těla C14 společně s C12, dokud žijí, jsou tyto uhlíky v rovnováze, po smrti se začne nestabilní C14 rozpadat
- je třeba brát v úvahu také změnu obsahu C14 v atmosféře (kvůli spalování uhlí, nebo jako důsledek jaderných testů)

Štěpení jader (nobelovka: Otto Hahn)

- stabilní jádra se vyskytují v okolí olova. Těžká jádra se vyrábí ozařováním neutrony, protony a jádry lehkých prvků
- Otto Hahn ozařoval uran a zjistil, že vzniká lehčí jádro Baria, protože je energeticky výhodnější
- k rozpadu dochází ale pouze za určitých podm., neboť tomu zabraňuje Coulombická bariéra
- $^{1}_{0}n + ^{235}_{92}U \rightarrow ^{141}_{56}Ba + ^{92}_{36}Kr + 3\,^{1}_{0}n$ (štěpení uranu); $Q \cong 160$ MeV ... vzniklá jádra Ba a Kr mají příliš mnoho neutronů -> β rozpady přejdou do údolí stability za vzniku antineutrin (Barium podstoupí 3 β^- rozpady, $\underbrace{\text{Krypton} - " - 4\,\beta^- \text{ rozpady}}_{7 \text{ antineutrin na jedno štěpení}}$)
- štěpení je převážně asymetrické což souvisí se zvýšenou stabilitou jader obsahující magické počty neutronů 50 a 82

(pozn: při 1 rozpadu U235 dojde k uvolnění ~ 200 MeV energie => po rozpadu 1g $^{235}_{92}U$ vznikne ~ 82 GJ energie)

Deformace jader a spontánní štěpení

- jádro lze rozštěpit pouze pokud je dostatečně velké a má dostatek protonů
- představme si jádro jako elipsoid: $R_x = R_y = \frac{R}{\sqrt{1+\varepsilon}}$; $R_z = R(1+\varepsilon)$ ... je tato představa výhodnější než koule
  - objemový člen vazebné energ. se nezmění
  - povrch je v prvním přiblížení větší o $\frac{2}{5}\varepsilon^2 4\pi R^2$; R^2 je větší o $\frac{2}{5}\varepsilon^2$ -> roste absolut. hod. povrchového členu
  - Coulombický člen ~ $\frac{1}{R}$: jeho abs. hod. klesá
- bude-li jádro silněji vázáno, bude proces jeho deformace dále pokračovat až dojde ke spontánním štěpení
- výsledná podm. pro vznik spont. štěpení je $\frac{Z^2}{A} > \frac{34,4}{0,7} \approx 49$ => jádra s poměrem $\frac{Z^2}{A} > 49$ se spont. rozštěpí
- př: $^{235}_{92}U$: $\frac{Z^2}{A} = 36$; $^{252}_{98}Cf$: 38

ty co vzniknou při štěpení mají energii ~ MeV

- štěpení lze vyvolat pohlcením neutronu (ideálně s malou energií ~ desetiny eV) např. pro U235, tyto neutrony se nazývají termální ($25 \cdot 10^{-3}$ eV = kT(300 K)) a proces jejich zpomalení nazýváme moderace
- moderace se provádí pomocí pružných srážek, nejčastěji ve vodě, voda totiž zároveň působí jako chladič

$n^0 \xrightarrow{p_n} (H_2O)$ ... $\xleftarrow{p_n'} O \longrightarrow p_A$ pozn: pro moderaci energie 1 MeV na 1 eV je třeba ~ 120 pružných srážek s jádry O nebo ~ 20 srážek s jádry H

- účinný průřez interakce neutronů s jádry H je $\sigma = 2$ barn $= 2 \cdot 10^{-24} cm^2$, pro O je to $\sigma = 5$ barn, vodíku je ve vodě ale 2x více
- moderace 1 MeV -> 1 eV při srážkách s vodíkem trvá 13,3 μs, s kyslíkem 84,5 μs

- pozn: přírodní uran je nutné obohatit na zastoupení U235 ~ 4% (dělá se v odstředivce)

  ze 100 neutronů je ~88 zachyceno v U238 a jen ~8 z nich vyvolá štěpení -> 8×3 = 24 n°

  ~2 zachyceny v U235 -> další 2×3 = 6 n° => dohromady ~30 n°

  v reaktorech vzniká také izotop Pu239, ze kterého pochází ~ 1/3 výsledné energie (ze štěpení)

- př: Temelín: 2 bloky, termální výkon 2×3 GW, elektrický 2×1 GW, palivo je kysličník uraničitý obohacený na ~ 4,25%, roční spotřeba ~ 27 tun; moderátorem je voda

Jaderné reakce

$a + A \rightarrow b + B$ ... značí se (zkráceně se zapisuje): $A(a,b)B$

$Q = M_a + M_A - (M_b + M_B)$ → $Q > 0$ exotermická reakce
→ $Q < 0$ endotermická reakce

př: ${}^{4}_{2}\alpha + {}^{14}_{7}N \rightarrow {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}p$: $N(\alpha,p)O$
Rutherfordův objev protonu

${}^{4}_{2}\alpha + {}^{9}_{4}Be \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{1}_{0}n$: $Be(\alpha,n)C$
Chadwickův objev neutronu

Termojaderná fúze (těžší jádro je lépe vázáno)

- Slunce

${}^{1}_{1}H + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{2}_{1}H + e^{+} + \nu_e$; $Q = 0{,}4\,MeV$ exotermické (uvolnění energie)

- neexistuje vázaný stav mezi $p^+ - p^+$ ani $n^0 - n^0$, pouze $p^+ - n^0$ = deuterium

${}^{2}_{1}H + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He$; $Q = 23{,}8\,MeV$ – tato uvolněná energie je ale dostatečná na to, aby se přeměnila na odtržení protonu nebo neutronu → častěji nastane jeden z případů:

- ${}^{2}_{1}H + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{3}_{2}He + n^0$; $Q = 3{,}3\,MeV$
- ${}^{2}_{1}H + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{3}_{1}H + p^+$; $Q = 4{,}0\,MeV$

Helium poté vzniká: ${}^{2}_{1}H + {}^{3}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + n^0$; $Q = 17{,}6\,MeV$

- i uvnitř Slunce mají deuterony mnohem menší energii než je potřeba k překonání potenciální (coulombické) bariéry, reakce ale přesto probíhá díky kvantovému tunelování (v maximu má potenc. hodnotu $V = \alpha \frac{\hbar c}{R} = 830\,keV$)

- Fúzní reaktory (plánovaný projekt ITER ve Francii)
  - využívání fúze jader vodíku ${}^{2}_{1}H$ a ${}^{3}_{1}H$ na Helium za exotermické reakce 17,6 MeV
  - tritium se získává z reakce: ${}^{1}_{0}n + {}^{6}_{3}Li \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{3}_{1}H$ (lithia je na světě spousty)
  - počet interakcí za čas: $N(t) = n^2 \cdot \sigma \cdot V \cdot t$
  - získaná energie: $E(t) = N(t) \cdot T_k(He)$; dodaná energie: $E = 3nkT$
  - aby byla získaná en. větší než dodaná, musí být $n \cdot t \cdot kT > 7 \cdot 10^{20}\,m^{-3}s^{-1}keV$
  - pozn. kT pro $T = 300\,K$ odpovídá hodnotě $25 \cdot 10^{-3}\,eV$, na fúzi deuteria a tritia je ale optimální $kT \sim 13{,}6\,keV$ tj. asi $0{,}5 \cdot 10^6$ tolik...