NMAF061, ZS 2017-2018 Teoretická část zkouškové písemné práce 16. ledna 2018

Jméno a příjmení: ______________________________

Jméno cvičícího: ______________________________

Příklad	1	2	3	4	**Celkem bodů**
Body	5	5	5	5	20
Získáno					

[5] 1.
- Buď $G \in C([a,b])$ taková, že $\int_a^b G(x)h(x)\,dx = 0$ pro všechna $h \in C^\infty([a,b])$ splňující $h(a) = h(b) = 0$. Co lze pak říci o G? Dokažte!
- Buď $G \in C([a,b])$ taková, že $\int_a^b G(x)h'(x)\,dx = 0$ pro všechna $h \in C^\infty([a,b])$ splňující $h(a) = h(b) = 0$. Co lze pak říci o G?
- Buď $E, G \in C([a,b])$. Dokažte

$$\int_a^b \Big[E(x)h'(x) + G(x)h(x)\Big]\,dx = 0 \quad \forall h \in C^\infty([a,b]) \text{ splňující } h(a) = h(b) = 0$$

je ekvivalentní s

$$E \in C^1([a,b]) \quad \text{a platí} \quad -E'(x) + G(x) = 0 \text{ v } (a,b).$$

[5] 2. Formulujte Fubiniho větu pro $f \in L^*(\mathbb{R}^{q+s})$ a naznačtejejí důkaz.

[5] 3. Zadefinujte tyto pojmy:

- σ-algebra Σ_X podmnožin X a měřitelný prostor,
- míra μ,
- míra μ je absolutně spojitá vzhledem k jiné míře ν.

Buď $x \in X$ pevné a $\delta_x : \Sigma_X \to \mathbb{R}$ definováno předpisem

$$\delta_x(A) = \begin{cases} 1 & \text{pokud } x \in A, \\ 0 & \text{pokud } x \notin A. \end{cases}$$

Ukažte, že δ_x je míra (tzv. Dirakova míra). Ukažte, že δ_x není abolutně spojitá vzhledem k Lebesgueově míře.

[5] 4. Zadefinujte tyto objekty:

- diferenciální $(k-1)$-forma ω,
- diferenciál $d\omega$,
- $S \subset \mathbb{R}^d$ je regulární plocha dimenze k
- hranice ∂S
- $\int_S d\omega$

Zformulujte Stokesovu větu pro regulární plochu dimenze k, a dokažte její platnost za dalšího předpokladu *Stokesova věta platí pro libovolný pseudovektor na k-rozměrném intervalu.*